

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ В ЗАДАЧЕ ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЯ ЧАСТОТНЫМ ДАЛЬНОМЕРОМ В ПРОСТРАНСТВЕ С ДИСПЕРСИЕЙ

Давыдочкин В.М., к.т.н., начальник отдела ООО «КОНТАКТ-1», e-mail: skb@kontakt-1.ru.

Ключевые слова: преобразование Фурье, дисперсия шума, спектр.

Введение

Во многих современных системах контроля и управления технологическими процессами существует необходимость точного измерения уровня жидкости в резервуарах. Последние годы в промышленности наблюдается устойчивый рост интереса к радиолокационным методам измерения уровня, в частности, к волноводным уровнемерам с полыми волноводами, в которые свободно заходит жидкий контролируемый продукт через перфорационные отверстия. Основная проблема при таких методах измерения связана с повышенной погрешностью измерения из-за дисперсии в волноводе, вследствие которой возникает нелинейная зависимость времени задержки эхо сигнала от частоты и, соответственно, искажения спектра сигнала разностной частоты (СРЧ). За оценку частоты, линейно связанную с расстоянием, наиболее часто принимают частоту разностного сигнала, соответствующую максимуму спектральной плотности амплитуды (СПА). Основные недостатки такой оценки, обусловленные методической погрешностью преобразования Фурье из-за низкой разрешающей способности и искажающих действий боковых лепестков, во многом устраняются сглаживающими весовыми функциями (ВФ) и увеличением диапазона модуляции. Однако, искажения обусловленные дисперсией, сводят на нет преимущества большого диапазона модуляции, который используется в современных прецизионных радиолокационных уровнемерах, и снижают эффективность применения ВФ. Из-за негативного влияния дисперсии ограничиваются использованием волноводов с длинами, не превышающими единиц метров, в то время как в промышленности часто требуются измерения уровней с применением волноводов с длинами до полутора десятков метров, а иногда и более.

Целью работы является оценка влияния дисперсии в волноводах на искажения спектра СРЧ, разработка и исследование метода снижения этих искажений.

Влияние дисперсии на сигнал разностной частоты

Учтём в традиционной математической модели СРЧ [1] зависимость длины волны в волноводе от его поперечного сечения [2].

$$u(t) = U(t) \cos \Phi(t) = U(t) \cos \left[L \frac{4\pi}{\lambda_{\text{св}}(t)} \sqrt{1 - \lambda_{\text{св}}^2(t)/\lambda_{\text{кр}}^2} - \varphi_{\text{м}} \right], \quad (1)$$

Исследовано влияние дисперсии в волноводе на свойства сигнала разностной частоты. Показано, что дисперсия приводит к возникновению нелинейной частотной модуляции в сигнале разностной частоты, вызывающей искажение его спектра и соответствующее увеличение погрешности измерения расстояния. Предложен вариант преобразования Фурье, позволяющий снизить искажения спектра, и исследованы его свойства.

где $\lambda_{\text{св}}(t)$ – текущая длина волны при распространении в свободном пространстве, $\lambda_{\text{кр}}$ – критическая длина волны в волноводе, L – геометрическая длина волновода до зондируемой поверхности, $U(t)$ – функция, характеризующая паразитную амплитудную модуляцию (ПАМ) СРЧ.

Из (1) следует, что дисперсия в волноводе порождает паразитную нелинейную зависимость разностной частоты $\Omega(t)$ от времени, т.е. его паразитную частотную модуляцию (ПЧМ) при линейной ЧМ передатчика, которая приводит к искажению спектра.

$$\Omega(t) = \Delta\omega 2L(1+at)/cT \sqrt{(1+at)^2 - b^2}, \quad (2)$$

где c – скорость распространения волн в свободном пространстве; T – длительность интервала анализа, совпадающая с длительностью монотонного изменения частоты при модуляции по линейному закону; $t = t_a/T$; t_a – текущее время внутри интервала анализа; $a = \Delta\omega/\omega_0$; $b = \omega_{\text{кр}}/\omega_0$; ω_0 – начальная частота диапазона модуляции при $t = 0$; $\Delta\omega$ – диапазон модуляции в интервале T ; $\omega_{\text{кр}}$ – критическая частота волновода.

Однако среднее значение разностной частоты линейно зависит от расстояния до зондируемой поверхности в волноводе

$$\Omega_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T \Omega(t) dt = \omega_0 2L \left[\sqrt{(1+a)^2 - b^2} - \sqrt{1-b^2} \right] / cT. \quad (3)$$

Выражение (3) позволяет определить расстояние L до зондируемой поверхности по оценённой каким либо образом средней частоте разностного сигнала.

В дальнейшем используем безразмерные нормированные частоты и расстояния: $x = \Omega T / 2\pi$ – нормированная текущая частота; $x_{\text{ср}} = \Omega_{\text{ср}} T / 2\pi$ – нормированная средняя частота; $x_L = \Delta\omega L / c\pi$ – нормированное расстояние до зондируемого объекта; при $b = 0$ (свободное пространство) $x_{\text{ср}} = x_L$.

Преобразование Фурье для обработки сигнала разностной частоты с паразитной частотной модуляцией

Для снижения искажений спектра используем вариант преобразования Фурье [3], применимый к сигналам с паразитной частотной модуляцией

$$S(x) = \int_0^1 u(t)w[\varphi(t)] \frac{d\varphi(t)}{dt} \exp[-j2\pi x\varphi(t)] dt \quad (4)$$

где $u(t)$ - выделенный СРЧ; $w[\varphi(t)]$ - ВФ;

$$\varphi(t) = \int_0^t x(t)dt / \varphi(t=1); \quad (5)$$

$\varphi(t=1) = \varphi(t)$ при $t=1$.

Оценка разностной частоты в спектральной области предполагает использование методов цифровой обработки сигналов. Выполнение преобразований (4) и (5) даёт вариант интегрально-дискретного преобразования Фурье применимый для практического анализа сигнала (1)

$$S_d(x) = \frac{1}{M} \frac{a}{\sqrt{(1+a)^2 - b^2} - \sqrt{1-b^2}} \times \sum_{m=0}^{M-1} \left\{ u(m) w(m) \frac{1+a(m+0,5)/M}{\sqrt{[1+a(m+0,5)/M]^2 - b^2}} \times \exp \left[-j2\pi x \frac{\sqrt{(1+am/M)^2 - b^2} - \sqrt{1-b^2}}{\sqrt{(1+a)^2 - b^2} - \sqrt{1-b^2}} \right] \right\}, \quad (6)$$

где M – число отсчётов сигнала; $u(m)$ – отсчёт СРЧ на m -ой ступеньке генерируемого зондирующего сигнала; $w(m)$ может быть произвольной.

Учитывая, что все виды ВФ, в том числе и те, которые не выражаются в элементарных функциях, могут быть представлены адаптируемыми ВФ (АВФ) [1, 4, 5] или аппроксимированы АВФ с любой, наперёд заданной точностью, анализ свойств преобразования (6) проведём, используя два семейства АВФ $w(m, b_1, \dots, b_N)$, которые с учётом (4) и (5) для частотной зависимости (2) и для преобразования (6) примут, соответственно, вид

$$w_s(m, b_1, \dots, b_N) = 1 + \sum_{n=1}^N (-1)^n C_{sn}(b_1, \dots, b_N) \cos[2n\pi \Phi(m)] \quad (7)$$

$$w_c(m, b_1, \dots, b_N) = \frac{1}{K} \left\{ \sin[\pi \Phi(m)] + \sum_{n=1}^N (-1)^n C_{cn}(b_1, \dots, b_N) \sin[(2n+1)\pi \Phi(m)] \right\}, \quad (8)$$

где $\Phi(m) = \frac{\sqrt{[1+a(m+0,5)/M]^2 - b^2} - \sqrt{1-b^2}}{\sqrt{(1+a)^2 - b^2} - \sqrt{1-b^2}}$;

$$C_{sn}(b_1, \dots, b_N) = \frac{(-1)^{n+1}}{\cos(nM)} \prod_{i=1}^N \left[\frac{\cos(2nM) - \cos(2b_i M)}{2 \sin^2(b_i M)} \right] \times$$

$$\times \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N \frac{[1 - \cos(2kM)]}{\cos(2nM) - \cos(2kM)};$$

$$C_{cn}(b_1, \dots, b_N) = \frac{(-1)^{n+1} \sin(0,5\pi/M)}{\sin[(n+0,5)\pi/M]} \times$$

$$\times \prod_{i=1}^N \left\{ \frac{\cos[(2n+1)\pi/M] - \cos(2b_i \pi/M)}{\cos(\pi/M) - \cos(2b_i \pi/M)} \right\} \times$$

$$\times \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N \frac{\cos(\pi/M) - \cos[(2k+1)\pi/M]}{\cos[(2n+1)\pi/M] - \cos[(2k+1)\pi/M]};$$

$$K = \frac{-2}{M_o} \left\{ \frac{\sin(0,5\pi/M)}{\cos(\pi/M) - 1} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^N C_{cn}(b_1, \dots, b_N) \frac{\cos(n\pi) \sin[(n+0,5)\pi/M]}{\cos[(2n+1)\pi/M] - 1} \right\}; \quad N - \text{число}$$

варьируемых тригонометрических слагаемых весовой функции; n – номер тригонометрического слагаемого; $b_i = \omega_i T / 2\pi$ – нормированная частота, на которой задаётся равенство нулю спектральной плотности амплитуды (СПА) весовой функции.

На рис. 1 показаны нормированные амплитудные спектры СРЧ (1), рассчитанные по стандартному преобразованию Фурье (пунктир) и по преобразованию (6) – (сплошная линия), ВФ – равномерная. Число отсчётов сигнала $M=64$, заданное нормированное расстояние до отражателя по свободному пространству 10, с учётом дисперсии значение нормированной разностной частоты (3) равно $x_{cp} = 14,389$. Здесь и далее в расчётах использованы: диаметр круглого волновода 25 мм; $f_0 = 8,5$ ГГц; использован максимально широкий выделенный диапазон модуляции $\Delta f = 3$ ГГц.

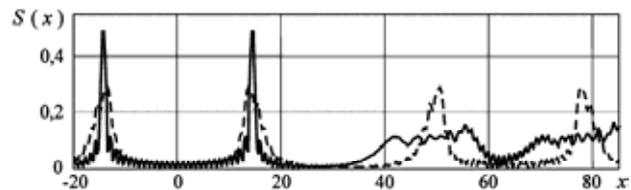
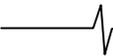


Рис. 1. Нормированные амплитудные спектры СРЧ

Из сравнения видны значительные искажения основного лепестка спектра по стандартному преобразованию Фурье, приводящие к погрешности оценки частоты. В данном примере нормированная погрешность оценки частоты составляет $\Delta x = 0,85$.

Анализируя искажения спектра при использовании преобразования (6), отметим практически неискажённый основной лепесток на частоте x_{cp} (степень искажения оценим ниже) и лепесток на частоте $-x_{cp}$. Но на нормированных частотах $M - x_{cp}$, $-(M - x_{cp})$ (на рисунке не показан) лепестки сильно искажённые. Искажения последующих лепестков нарастают. Причём амплитудные значения лепестков на нормированных частотах $M - x_{cp}$, $-(M - x_{cp})$ уменьшаются.



При отсутствии дисперсии, помех и шума погрешность оценки частоты определяется боковыми лепестками слагаемого спектра из области $\Omega < 0$ (методическая погрешность) [1]. Откуда следует возможность снижения методической погрешности сглаживающими ВФ. Этот вопрос рассмотрим более детально.

При отсутствии дисперсии и шума АВФ, в силу заложенных при их получении спектральных свойств, теоретически обеспечивают получение нулевой погрешности оценки частоты разрешаемого сигнала [4, 5, 6]. В этой связи необходимо выяснить насколько сохраняются спектральные свойства АВФ и какие условия получения сигнала для этого необходимы. При этом необходимо получить ответ на три вопроса.

Во-первых, сохраняется ли возможность задания на произвольной частоте равенства нулю СПА вместе с заданным количеством производных СПА? Важность этого вопроса требует пояснения. С использованием АВФ могут быть устранены погрешности измерения частот, амплитуд и фаз разрешаемых спектральных слагаемых многочастотного сигнала. Это осуществляется заданием формы ВФ варьируемыми параметрами таким образом, чтобы на частоте каждого из слагаемых сигнала СПА других слагаемых, т.е. мешающие слагаемые, были равны нулю вместе с заданным количеством их производных [1, 4, 5, 6].

Во-вторых, насколько искажается основной лепесток спектра? Поскольку искажения основного лепестка, в особенности несимметричные, могут привести к погрешности оценки частоты.

И третий важный вопрос, какое количество отсчётов сигнала необходимо для получения допустимого уровня искажения спектра?

Для ответа на первый вопрос рассмотрим спектры СРЧ (1) в области боковых лепестков при $U(t) = const$, $x_{cp} \ll M$, и при x_{cp} , близкое к $M/2$.

На рис. 2 а и 2 б приведены участки спектров СРЧ с $M = 1024$ в области частот $x \ll M$. В расчётах использовались: заданное нормированное расстояние до отражателя по свободному пространству 41,698; значение нормированной разностной частоты (3), с учётом дисперсии, равно $x_{cp} = 60$; АВФ – (6) с $N = 3$ и тремя нормированными частотами, на которых задаётся равенство нулю погрешности оценки частоты $b_1 = 160,5$, $b_2 = b_3 = 40,5$. Для сравнения на этих же рисунках приведены аналогичные участки спектров СРЧ с нормированной частотой $x_{cp} = 60$, АВФ с такими же параметрами, но для пространства без дисперсии. В этом случае преобразование (6) переходит в стандартное интегрально-дискретное преобразование Фурье при $b = 0$. На рис. 2а различия спектров не обнаруживаются.

Поясним выбор параметров АВФ. Рисунками иллюстрируется возможность получения на нормированной частоте, равной 100,5, нулевого значения слагаемого спектра СРЧ, нормированная частота которого $x_{cp} = 60$. Тем самым, если в зондируемом пространстве будет отражатель, создающий СРЧ с частотой $x_{cp} = 100,5$ то

основной лепесток его спектра не будет искажаться боковыми лепестками обоих слагаемых спектра СРЧ с нормированной частотой $x_{cp} = 60$ и, соответственно, его параметры (частота, фаза и амплитуда) могут быть оценены достаточно точно.

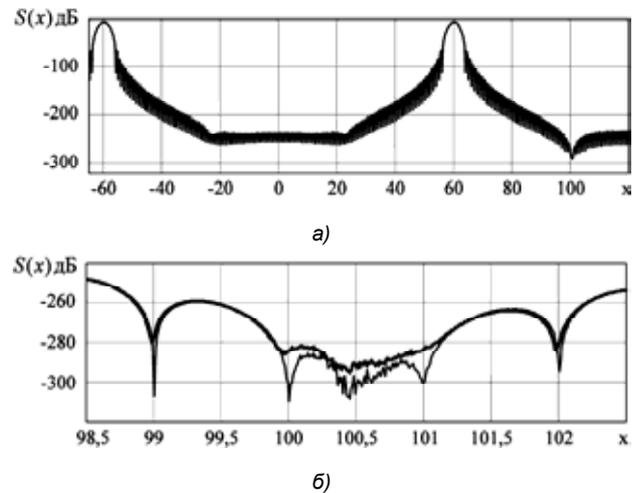


Рис. 2. Оценка искажений спектра в области боковых лепестков

На более детальном рис. 2 б видно, что в рассматриваемом примере глубина подавления боковых лепестков на заданной нормированной частоте теоретически составляет около 290 дБ для преобразования (6) (толстая линия) и около 300 дБ для стандартного преобразования Фурье (тонкая линия) и СРЧ, полученному без дисперсии.

На рис. 3 а и 3 б приведены участки спектров СРЧ в области частот соизмеримых с $M/2$. Заданное нормированное расстояние до отражателя по свободному пространству 300. С учётом дисперсии значение нормированной разностной частоты (3) равно $x_{cp} = 431,671$. При расчете использованы: АВФ (7) с $N = 3$ и тремя нормированными частотами $b_1 = 878,342$, $b_2 = b_3 = 15$; $M = 1024$ (пунктир на рис. 3 а), $M = 1280$ и 2048 (толстые линии сливаются в одну). Как и в первом примере, b_1 минимизирует слагаемое спектра с нормированной частотой $-x_{cp}$. В данном примере минимизируются слагаемые спектра на нормированной частоте превышающей нормированную частоту сигнала x_{cp} на 15.

Из рисунка видно, что при $M = 1024$ сильно искажённый лепесток слагаемого спектра с частотой $M - x_{cp}$ искажает интересующий нас участок спектра, увеличивая уровень боковых лепестков более чем на 100 дБ. Увеличение M до 1280 и тем более до 2048 практически исключило влияние указанного слагаемого.

Для сравнения на этих же рисунках приведены аналогичные участки спектров СРЧ с $M = 1280$ нормированной частотой $x_{cp} = 431,671$ и АВФ (7) для пространства без дисперсии. На рис. 3 а различия не обнаруживаются.

На более детальном рис. 3 б видно, что в рассматриваемом примере глубина подавления боковых лепестков на заданной нормированной частоте для преобразова-

ния (б) составляет более 220 дБ при $M = 1280$ (толстая линия), 250 дБ при $M = 2048$ (тонкая линия) и около 290 дБ для стандартного преобразования Фурье и СРЧ, полученному без дисперсии (тонкий пунктир).

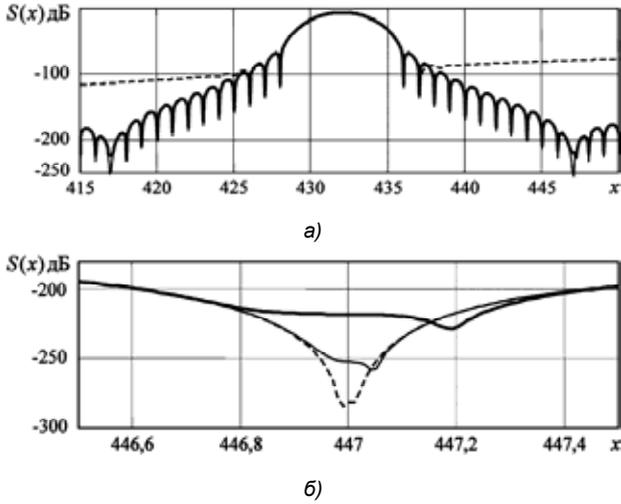


Рис. 3. Оценка искажений спектра в области боковых лепестков

Рассмотренные примеры показывают, что как при $x_{cp} \ll M$, так и при x_{cp} соизмеримом с $M/2$, искажения спектра в области боковых лепестков практически отсутствуют, если частота сигнала на 20...40 % ниже частоты Найквиста.

Для ответа на второй вопрос оценим получаемый результат сохранения формы основного лепестка спектра. Для этого определим разницу основных лепестков модулей спектра СРЧ искажённого дисперсией и неискажённого дисперсией, но с заданной центральной частотой (3).

Сравнение проведём для тех же условий, но нормированные частоты $b_1 = b_2 = b_3 = 2x_{cp}$ задаются из условия подавления мешающего слагаемого спектра с нормированной частотой $-x_{cp}$. На рис. 4 а и 4 б приведены результаты расчётов. Из рисунков следует, что как на близком нормированном расстоянии $x_{cp} \ll M$ (рис. 4 а), так и при x_{cp} , соизмеримом с $M/2$ (рис. 4 б), основной лепесток спектра полученный с использованием преобразования (6), несколько уже чем при использовании стандартного преобразования. Для использованной ВФ (7) и $M = 2048$ ширина основного лепестка спектра СРЧ, искажённого дисперсией и вычисленного по преобразованию (6), на 0,007% меньше ширины основного лепестка спектра СРЧ не искажённого дисперсией в максимуме их разницы. Уменьшение числа отсчётов сигнала до $M = 1280$ приводит к увеличению разницы, но симметрия сохраняется как для $x_{cp} \ll M$, так и для $x_{cp} = 431,671$. Однако дальнейшее снижение числа отсчётов до 1024 приводит к нарушению симметрии основного лепестка при $x_{cp} = 431,671$, что, в свою очередь, приводит к погрешности оценки частоты по максимуму спектра. Нормированная погрешность оценки составляет около 0,0001.

Таким образом, не симметричные искажения спектра в области основного лепестков практически отсутствуют, если частота сигнала ниже частоты Найквиста на те же 20...40%.

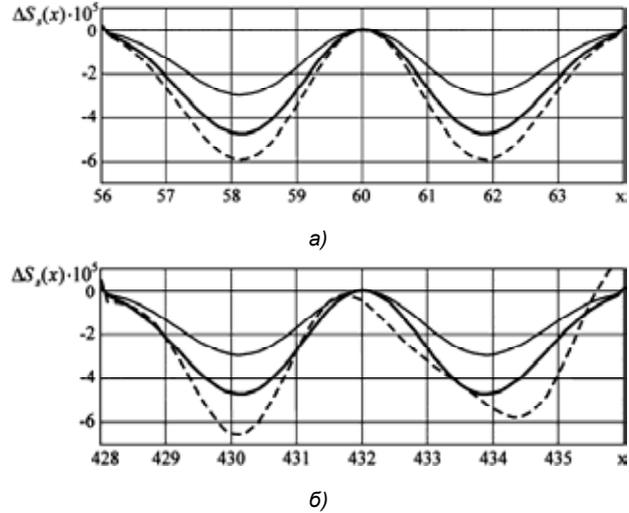


Рис. 4. Оценка искажений спектра в области основного лепестка

Обратим внимание ещё на одну особенность преобразования (6) для сигнала (1), отмеченную на рис. 1. Из-за того, что амплитудные значения лепестков спектра на нормированных частотах $M - x_{cp}$, $-(M - x_{cp})$ и последующих значительно уменьшаются возможна оценка частоты сигнала при $x_{cp} > M/2$. Спектры таких сигналов приведены на рис. 5 а и рис. 5 б. Для расчета спектра использованы 256 отсчётов СРЧ (2) с частотой $x_{cp} = 431,671$ и АВФ (6) с $N = 2$, $b_1 = 2$, $b_2 = 2,6$ (рис. 5 а) и с частотой $x_{cp} = 1438,9$ и той же АВФ (рис. 5 б). Несмотря на то, что x_{cp} первого сигнала почти в 3,5 раза превышает частоту Найквиста, а второго сигнала более чем в 11 раз, их можно обнаружить и оценить параметры сигнала, если требования к погрешности оценок не высокие. В частности, нормированная погрешность оценки частоты в рассмотренном примере для первого сигнала составляет $\Delta x = 0,0415$, а для второго сигнала $\Delta x = 0,0576$. Максимальные значения погрешности (около 0,1) наблюдаются вблизи частоты Найквиста.

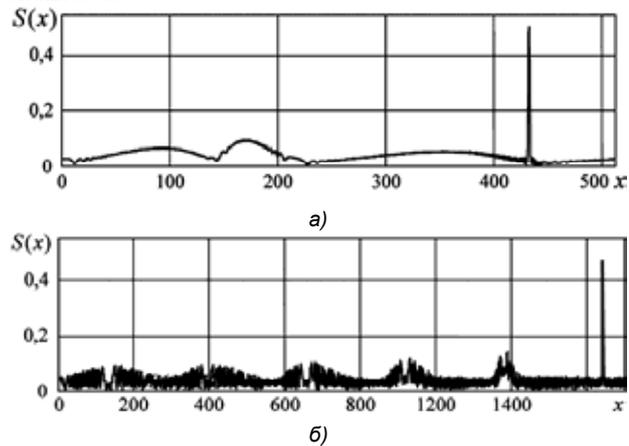


Рис. 5. Нормированные амплитудные спектры СРЧ



Заключение

Наличие дисперсии в зондируемом пространстве приводит к погрешности измерения расстояния, величина которой обычно неприемлема для измерителей расстояния промышленного применения. Получено выражение интегрально-дискретного преобразования Фурье, позволяющее снизить искажения спектра до пренебрежимо малого уровня в области частот ниже частоты Найквиста.

Показано, что искажения спектра, как основного лепестка, так и боковых лепестков пренебрежимо малы, если частота сигнала на 20...40% ниже частоты Найквиста. Показано, что, если требования к погрешности оценок не высокие, то оценку можно выполнить, даже если частота сигнала в несколько раз выше частоты Найквиста.

Литература

1. Прецизионные системы ближней частотной радиолокации промышленного применения. Монография. / Атаянц Б.А., Давыдочкин В.М., Езерский В.В., Паршин В.С., Смольский С.М. – М.: Радиотехника, 2012. – 512 с.
2. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. Изд. 2-е. М.: Сов. Радио. 1971. – 664 с.
3. Давыдочкин В.М. Методы снижения погрешности оценки параметров полигармонических сигналов в ближней частотной радиолокации. // Вестник РГРТА. Рязань, РГРТА, 2006. Вып. 18. – с. 63-70.

4. Давыдочкин В.М., Давыдочкина С.В. Весовые функции для адаптивного гармонического анализа сигналов с многомодовым спектром // ЦОС. 2008. № 4. С. 44-48.

5. Давыдочкин В.М., Давыдочкина С.В. Весовые функции для цифрового адаптивного гармонического анализа сигналов // Радиотехника. 2009. № 9. С. 11-20.

6. Способ гармонического анализа периодического многочастотного сигнала. Патент РФ №2435168. Оpubл. 27.11.2011. Бюлл. – № 33.

APPLICATION OF FOURIER TRANSFORM TO THE PROBLEM OF DISTANCE MEASUREMENT BY FREQUENCY-MODULATED RANGEFINDER IN THE PRESENCE OF DISPERSION.

Davydochkin V.M.

We investigate the influence of waveguide dispersion on the properties of difference frequency signal. The dispersion leads to emergence of nonlinear frequency modulation in the difference frequency signal, which causes distortion of its spectrum and the corresponding increase of the distance measurement error. We propose a version of Fourier transform that allows to reduce this spectrum distortion and investigate its properties.

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

1. Текст - текстовый редактор *Microsoft Word*.
2. Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
3. Объем статьи до 12 стр. (ширифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
4. Название статьи на русском и английском языках.
5. Рукопись статьи сопровождается:
 - краткой аннотацией на русском и английском языках;
 - номером УДК;
 - сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта);
 - ключевыми словами;
 - актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) - желательно использование графических редакторов *Adobe Illustrator* или *Corel DRAW*.
- Растровые (фотографии, рисунки) - М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат *tiff, jpg*.