

ФИЛЬТРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЦЕПЕЙ МАРКОВА С НЕСКОЛЬКИМИ СОСТОЯНИЯМИ

Петров Е.П., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных средств Вятского государственного университета, e-mail: eppetrov@mail.ru

Харина Н.Л., к.т.н., доцент кафедры радиоэлектронных средств Вятского государственного университета, e-mail: Natal_res@mail.ru

Ржанникова Е.Д., магистрант кафедры радиоэлектронных средств Вятского государственного университета, e-mail: lavrova_elena@bk.ru

Ключевые слова: полутоновые изображения, нелинейная фильтрация, цепи Маркова, помехоустойчивость приема, энергетические ресурсы.

Введение

В настоящее время растут требования к объему, качеству и скорости передаваемой информации. Наиболее емким носителем информации являются цветные изображения, часто состоящие из набора монохроматических полутоновых изображений, которые при их представлении двоичными g -разрядными числами в большинстве случаев передаются бинарными импульсными сигналами. При этом число градаций яркости в монохроматических полутоновых изображениях равно $Q = 2^g$. Переход к представлению цифровых полутоновых изображений (ЦПИ) двоичными числами с восемью и более разрядами позволил увеличить качество изображений, передаваемых по каналам связи. Однако, чем больше разрядность ЦПИ, тем больше времени требуется для его передачи. Поэтому задача сокращения времени передачи ЦПИ при сохранении его качества является актуальной и может быть решена переходом от многоградационного g -разрядного представления ЦПИ к малоградационному изображению (МГИ) на передающей стороне и обратно к g -разрядному ЦПИ на приемной стороне канала связи.

Переход от g -разрядного ЦПИ к МГИ позволяет максимально использовать статистическую избыточность ЦПИ. Следует отметить, что представление g -разрядного ЦПИ набором независимых разрядных двоичных изображений (РДИ), принятое в [1], не всегда корректно, особенно для старших РДИ часто корреляция между соседними РДИ присутствует и может быть существенной. В ЦПИ наиболее коррелированные старший и средний g и $(g-1)$ РДИ и значительно менее остальные пары РДИ. На рис. 1 представлены значения корреляции между парами РДИ в 8-разрядных ЦПИ с крупными объектами сцен, у которых присутствует наибольшая корреляция между соседними РДИ. Отсюда следует, что статистическая избыточность, содержащаяся в исходном ЦПИ при ее реализации может быть резервом для повышения качества ЦПИ, а переход к МГИ, позволяет сократить время передачи в g/N раз, где N – чис-

Цифровые полутоновые изображения (ЦПИ), представленные g -разрядными двоичными числами, часто имеют большую статистическую избыточность, которая может служить резервом повышения помехоустойчивости приема ЦПИ. В данной работе предложены алгоритмы нелинейной фильтрации ЦПИ на основе цепей Маркова с несколькими состояниями, позволяющие сократить время передачи изображения. Проведены исследования алгоритмов фильтрации ЦПИ при наличии белого гауссовского шума, результаты которых подтверждают теоретические предпосылки о возможности повышения качества приема ЦПИ без увеличения энергетических ресурсов на передающей стороне канала связи.

ло групп РДИ в МГИ, g – разрядность ЦПИ.

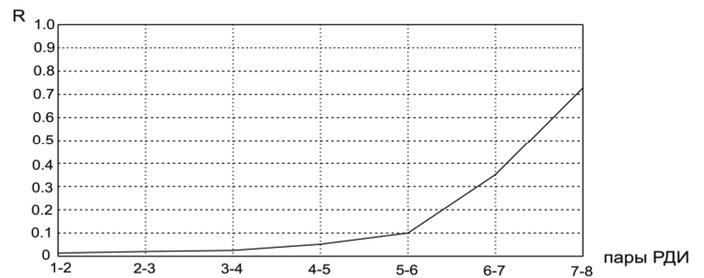


Рис. 1. Коэффициент корреляции между соседними парами РДИ в 8-разрядном ЦПИ

Постановка задачи

Требуется синтезировать алгоритмы фильтрации малоградационных изображений на основе цепей Маркова с несколькими состояниями ($N > 2$) при наличии белого гауссовского шума БГШ $n(t)$ с нулевым средним и дисперсией σ_n^2 .

Пусть g -разрядное ЦПИ представлено набором из g РДИ, каждое из которых является суперпозицией двух одномерных цепей Маркова с двумя равновероятными ($p_1 = p_2$) состояниями $\mu_1^{(l)}$ и $\mu_2^{(l)}$ и матрицами вероятностей перехода (МВП) ${}^1\Pi$ и ${}^2\Pi$ от состояния ${}^s\mu_i^{(l)}$ в состояние ${}^s\mu_j^{(l)}$ ($i, j = \overline{1, 2}; s = \overline{1, 2}, l \in g$) вида:

$${}^1\Pi = \left\| \pi_{ij}^1 \right\|_{m \times n}, \quad {}^2\Pi = \left\| \pi_{ij}^2 \right\|_{m \times n}, \quad (1)$$

где ${}^1\Pi$ – по горизонтали, ${}^2\Pi$ – по вертикали РДИ размером $m \times n$ [1]. Объединим в g -разрядном ЦПИ с 2^g уровнями яркости соседние РДИ в группы по g/N

РДИ (рис. 2) и получим изображение с меньшим числом градаций яркости (рис. 3). Будем полагать, что градационные плоскости (ГП) яркости в МГИ, как и РДИ, являются двумерными цепями Маркова с вектором вероятностей начальных состояний $P = \|p_1, p_2, \dots, p_N\|^T$. Размер N определяется числом возможных состояний бинарных элементов, расположенных в одинаковых позициях двух соседних РДИ, образующих одно из N состояний МГИ.

Используя метод синтеза алгоритмов фильтрации статических 8-разрядных ЦПИ, хорошо исследованный в работе [2], синтезируем алгоритм нелинейной фильтрации МГИ.

Пусть МГИ, образованное из 8-разрядного ЦПИ, состоит из 4 яркостных ГП, каждая из которых является двумерной цепью Маркова с $N = 4$ состояниями (рис. 4).

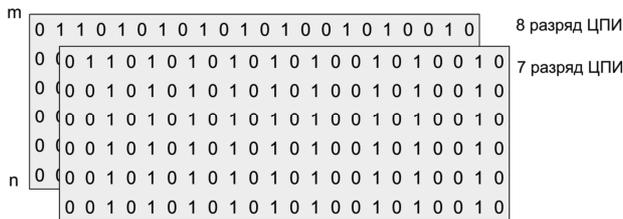


Рис. 2. Старшие РДИ в 8-разрядном ЦПИ

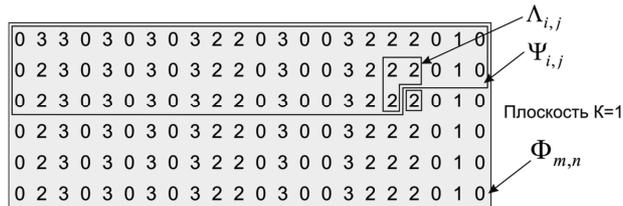


Рис. 3. Градационная плоскость яркости МГИ с четырьмя состояниями

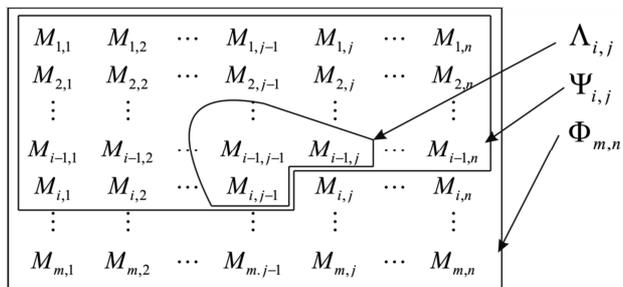


Рис. 4. Градационная плоскость МГИ

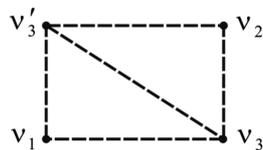


Рис. 5. Окрестность $\Lambda_{i,j}$ фильтруемого элемента $v_3 = M_{i,j}$ в МГИ,

$$v_3 = M_{i,j} \text{ в МГИ,}$$

где $v_1 = M_{i,j-1}$, $v_2 = M_{i-1,j}$, $v'_3 = M_{i-1,j-1}$

Вектор вероятностей начальных состояний P и МВП ${}^1\Pi$ и ${}^2\Pi$ из состояния M_i к состоянию M_j , ($i, j = \overline{1,4}$) по горизонтали и вертикали МСП, соответственно являются априорно заданными и имеют вид:

$$P = \|p_1, p_2, p_3, p_4\|^T \quad (2)$$

$${}^1\Pi = \begin{pmatrix} {}^1\pi_{11} & {}^1\pi_{12} & {}^1\pi_{13} & {}^1\pi_{14} \\ {}^1\pi_{21} & {}^1\pi_{22} & {}^1\pi_{23} & {}^1\pi_{24} \\ {}^1\pi_{31} & {}^1\pi_{32} & {}^1\pi_{33} & {}^1\pi_{34} \\ {}^1\pi_{41} & {}^1\pi_{42} & {}^1\pi_{43} & {}^1\pi_{44} \end{pmatrix},$$

$${}^2\Pi = \begin{pmatrix} {}^2\pi_{11} & {}^2\pi_{12} & {}^2\pi_{13} & {}^2\pi_{14} \\ {}^2\pi_{21} & {}^2\pi_{22} & {}^2\pi_{23} & {}^2\pi_{24} \\ {}^2\pi_{31} & {}^2\pi_{32} & {}^2\pi_{33} & {}^2\pi_{34} \\ {}^2\pi_{41} & {}^2\pi_{42} & {}^2\pi_{43} & {}^2\pi_{44} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Элементы матриц (3) удовлетворяют условиям нормировки

$$\sum_{j=1}^N q \pi_{ij} = 1, i \in N, q = \overline{1,2} \quad (4)$$

и стационарности

$$p_i = \sum_{j=1}^N p_j \pi_{ij}, i \in N. \quad (5)$$

Будем полагать, что каждый фильтруемый элемент $M_{i,j}$ градационной плоскости МГИ, принадлежащий области $\Psi_{i,j}$ ($i \in m; j \in n$), зависит только от соседних известных элементов МГИ, образующих окрестность элемента v_3 (рис. 5).

Вероятность состояния элемента v_3 с окрестностью (рис.5) в области $\Psi_{i,j}$ (рис. 4) полностью определяется энтропией элемента v_3 относительно состояний элементов окрестности $\Lambda_{i,j}$ как разность безусловной энтропии элемента v_3 и взаимной информации между тремя элементами v'_3, v_2, v_1 . Выражение энтропии элемента v_3 можно представить в виде [2]:

$$H(v_3 | v_2, v_1) = H(v_3) - I(v_3, v_2, v_1) = \log \frac{\pi(v_3 | v_1) \pi(v_3 | v_2)}{\pi(v_3 | v_1, v_2)}, \quad (6)$$

где $\pi(v_3 | v_1)$, $\pi(v_3 | v_2)$ – одномерные вероятности перехода между соседними состояниями; $\pi(v_3 | v_1, v_2)$ – вероятность перехода в двумерной цепи Маркова.

Вероятности перехода от комбинаций состояний элементов окрестности (рис. 4) образуют сложную МВП вида:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{iii} & \pi_{iji} & \pi_{iki} & \pi_{ili} & \pi_{jii} & \pi_{jji} & \pi_{jki} & \pi_{jli} & \dots & \pi_{lii} & \pi_{lji} & \pi_{lki} & \pi_{lli} \\ \pi_{ijj} & \pi_{ijj} & \pi_{ikj} & \pi_{ilj} & \pi_{jjj} & \pi_{jjj} & \pi_{jkj} & \pi_{jlj} & \dots & \pi_{ljj} & \pi_{ljj} & \pi_{lkj} & \pi_{ljj} \\ \pi_{iik} & \pi_{ijk} & \pi_{ikk} & \pi_{ilk} & \pi_{jik} & \pi_{jjk} & \pi_{jkk} & \pi_{jlk} & \dots & \pi_{lik} & \pi_{ljk} & \pi_{lkk} & \pi_{llk} \\ \pi_{iil} & \pi_{ijl} & \pi_{ikl} & \pi_{ilil} & \pi_{jil} & \pi_{jil} & \pi_{jkl} & \pi_{jll} & \dots & \pi_{lil} & \pi_{ljl} & \pi_{lll} & \pi_{lll} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Элементы первого и второго столбца МВП Π (7) связаны с элементами матриц (3) следующими соотношениями:

$$\pi_{iii} = \frac{{}^1\pi_{ii} \cdot {}^2\pi_{ii}}{3\pi_{ii}}, \quad \pi_{ijj} = \frac{{}^1\pi_{ij} \cdot {}^2\pi_{ij}}{3\pi_{ij}},$$

$$\pi_{iik} = \frac{{}^1\pi_{ik} \cdot {}^2\pi_{ik}}{3\pi_{ii}} \quad \pi_{iil} = \frac{{}^1\pi_{il} \cdot {}^2\pi_{il}}{3\pi_{ii}},$$

$$\pi_{iji} = \frac{{}^1\pi_{ii} \cdot {}^2\pi_{ji}}{3\pi_{ij}} \quad \pi_{ijj} = \frac{{}^1\pi_{ij} \cdot {}^2\pi_{jj}}{3\pi_{ij}},$$

$$\pi_{ijk} = \frac{{}^1\pi_{ik} \cdot {}^2\pi_{jk}}{3\pi_{ij}} \quad \pi_{ijl} = \frac{{}^1\pi_{il} \cdot {}^2\pi_{jl}}{3\pi_{ij}},$$

где ${}^3\pi_{ij}$ – элементы дополнительной матрицы

$${}^3\Pi = {}^1\Pi \times {}^2\Pi', \quad (9)$$

характеризующей статистическую связь элементов v_3 и v_3' .

Соотношения (8) приведены для первых двух столбцов МВП (7), остальные вычисляются аналогично. Элементы МВП удовлетворяют условию нормировки и стационарности. Каждой строке МВП соответствует определенное состояние элементов окрестности $\Lambda_{i,j}$.

Опуская процедуру синтеза, которая аналогична процедуре в работах [1, 2], запишем систему рекуррентных уравнений нелинейной фильтрации двумерной цепи Маркова с четырьмя состояниями в виде:

$$u_1(v_4) = [f(M_1(v_4)) - f(M_4(v_4))] + u_1(v_1) + z_1(u(v_1), {}^1\pi_{ij}) + u_1(v_2) + z_1(u(v_2), {}^2\pi_{ij}) - u_1(v_3) - z_1(u(v_3), {}^3\pi_{ij});$$

$$u_2(v_4) = [f(M_2(v_4)) - f(M_4(v_4))] + u_2(v_1) + z_2(u(v_1), {}^1\pi_{ij}) + u_2(v_2) + z_2(u(v_2), {}^2\pi_{ij}) - u_2(v_3) - z_2(u(v_3), {}^3\pi_{ij});$$

$$u_3(v_4) = [f(M_3(v_4)) - f(M_4(v_4))] + u_3(v_1) + z_3(u(v_1), {}^1\pi_{ij}) + u_3(v_2) + z_3(u(v_2), {}^2\pi_{ij}) - u_3(v_3) - z_3(u(v_3), {}^3\pi_{ij}),$$

где $u_j(v_4) = \ln \left[\frac{p_j(v_4)}{p_4(v_4)} \right]$ ($j = \overline{1,3}$); $p_j(v_4)$ ($j = \overline{1,4}$) – апостериорная вероятность дискретного параметра бинарных импульсных сигналов, адекватных состояниям элементов МГИ, $[f(M_i(v_4)) - f(M_4(v_4))]$, $i = \overline{1,3}$ – разность логарифмов функции правдоподобия состояний дискретного параметра импульсных сигналов (элементов ЦПИ); $z_j(\cdot)$ – нелинейная функция вида:

$$z_j(u(v_l), {}^l\pi_{ij}) = \ln \left[\frac{\sum_{i=1, i \neq j}^3 \{ \exp(u_i(v_l) - u_j(v_l)) {}^l\pi_{ij} \} + \exp(-u_j(v_l)) {}^l\pi_{4j} + \pi_{jj}}{\sum_{i=1}^3 \{ \exp(u_i(v_l)) {}^l\pi_{i4} \} + \pi_{44}} \right]$$

$$(j = \overline{1,3}, l = \overline{1,3}). \quad (11)$$

Вся априорная информация о статистической зависимости элементов МГИ сосредоточена в слагаемых вида (11), где ${}^l\pi_{ij}$ ($i, j = \overline{1,4}, l = \overline{1,3}$)S – элементы МВП (3), (9).

В качестве критерия различения состояний элементов МГИ примем критерий максимума логарифма отношения апостериорных вероятностей $u_j(v_4)$ ($j = \overline{1,3}$)S ,

в соответствии с которым, если

$$u_j(v_4) > u_i(v_4), \quad i, j = \overline{1,3}; \quad i \neq j, \quad (12)$$

то принимается решение о состоянии элемента изображения $v_4 = M_j$, если все значения $u_j(v_4) < 0$ ($j = \overline{1,3}$),

то принимается решение о состоянии элемента изображения $v_4 = M_4$.

На рис. 6 а-г представлены результаты нелинейной фильтрации МГИ с четырьмя градациями, сформированного на основе реального 8-разрядного ЦПИ «Город» размером 1920×1200 пикселей (рис. 6а), каждая ГП яркости которого представляет двумерную цепь Маркова с четырьмя равновероятными состояниями ($p_1 = p_2 = p_3 = p_4$) и МВП вида (3). Для градации, образованной разрядными двоичными изображениями восьмого и седьмого разрядов, МВП имеют вид

$${}^1\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} 0.949 & 0.05 & 0.0005 & 0.0005 \\ 0.095 & 0.852 & 0.052 & 0.001 \\ 0.003 & 0.123 & 0.834 & 0.04 \\ 0.001 & 0.005 & 0.118 & 0.876 \end{bmatrix},$$

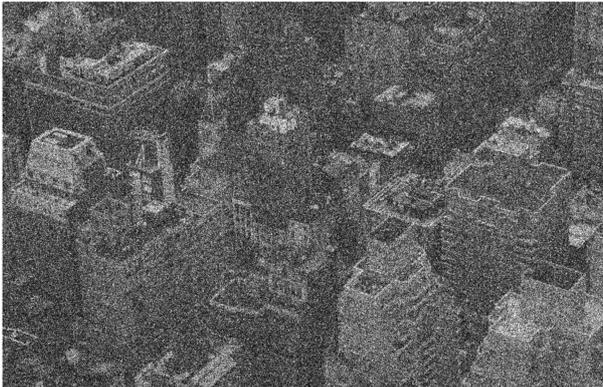
$${}^2\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} 0.9545 & 0.045 & 0.0003 & 0.0002 \\ 0.086 & 0.856 & 0.057 & 0.001 \\ 0.001 & 0.135 & 0.814 & 0.05 \\ 0.0005 & 0.0005 & 0.147 & 0.848 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где « \wedge » указывает, что элементы МВП являются оценками, вычисленными методом, изложенным в [3].

На рис. 6б представлено МГИ, искаженное БГШ при отношении сигнал/шум по мощности на входе радиоприемного устройства (РПУ) $\rho_3^2 = -9$ дБ. МГИ на выходе нелинейного фильтра представлено на рис. 6в. На рис. 6г для сравнения представлено отфильтрованное поразрядно исходное 8-разрядное ЦПИ. Для оценки качества фильтрации были вычислены среднеквадратические ошибки (СКО) зашумленного МГИ на выходе нелинейного фильтра и восстановленного на выходе (рис. 6г). В результате фильтрации СКО в обоих случаях уменьшилась приблизительно в 4 раза.



а)



б)



е)



а)

Рис. 6

Заключение

Отсюда следует, что при одинаковом качестве восстановления ЦПИ, искаженных БГШ, время передачи МГИ в 2 раза меньше, чем 8-разрядного ЦПИ. Существенное влияние на качество фильтрации МГИ и ЦПИ оказывает точность вычисления оценок элементов МВП $\hat{\Pi}^1$ и $\hat{\Pi}^2$, усредненных по всему ЦПИ. В реальном ЦПИ оценки элементов МВП могут в некоторых локальных областях значительно отличаться от средних по всему ЦПИ, что ведет к снижению эффективности фильтрации. Для ее увеличения необходимы адаптивные алгоритмы фильтрации, в которых МВП вычисляются по принятым сигналам изображений [3].

Литература

1. Петров Е.П., Трубин И.С., Частиков И.А. Нелинейная фильтрация видеопоследовательностей цифровых полутоновых изображений марковского типа // Успехи современной радиоэлектроники. 2007. № 3. С. 54-87.
2. Петров Е.П., Медведева Е.В. Нелинейная фильтрация статистически связанных видеопоследовательностей на основе скрытых марковских цепей // Радиотехника и электроника, 2010. Т.55. № 3. С. 330-339.
3. Медведева Е.В. Адаптивная нелинейная фильтрация цветных видеоизображений // Информационные технологии, №11, 2009. – Стр. 61 – 64.

DIGITAL HALFTONE IMAGES FILTRATION BASED ON THE MARKOV CHAINS WITH SEVERAL STATES

Petrov E.P., Harina N.L., Rjannikova E.D.

The algorithms of non-linear filtration of digital halftone images based on the Markov chains with several states are developed. This algorithms allow to reduce image transfer time. Investigation of digital halftone images filtering algorithms in the presence of white Gaussian noise showed high performance of statistical redundancy realization of digital halftone images for increase in the noise immunity of its reception.

Уважаемые коллеги!

Для тех, кто не успел оформить подписку на первое полугодие 2014 года через ОАО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: 107031, г. Москва, Рождественка, 6\9\20, стр. 1, Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, или оформить Заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: www.dspra.ru.

Справки по телефонам: (495) 621-71-08, 621-06-10.

Факс: (495) 621-06-10. E-mail: rntores@mail.ru