# УДК 621.391

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА КВАЗИНЕПРЕРЫВНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ МАЛОЙ СТЕПЕНИ

Зайцев Г.В., д.т.н., ОАО ГСКБ «Алмаз-Антей», e-mail: gennady-zaytsev@yandex.ru

Ключевые слова: квазинепрерывный сигнал, оптимальная фильтрация, весовые функции, цифровая обработка сигналов.

## Введение

Квазинепрерывные сигналы (КН сигналы) являются одним из основных видов радиолокационных сигналов, широко используемых в современных радиолокационных станциях (РЛС).

Достоинством КН сигналов является возможность подавления в области доплеровских частот целей различного рода пассивных помех (отражений от подстилающей поверхности, местных предметов, гидрометеоров, дипольных отражателей и т.д.).

В данной работе рассматривается следующий базовый вид КН сигналов. Будем считать, что РЛС имеет фазированную антенную решетку и луч поочередно направляется в необходимые угловые направления. При использовании КН сигнала все время  $T_d$  стояния луча в данном угловом положении излучается пачка немодулированных когерентных импульсов. Все импульсы имеют длительность  $\tau$ , период повторения  $T_{rep}$  (рис. 1) и час-

тоту повторения 
$$F_{ren} = 1/T_{ren}$$
 .



Рис. 1. Квазинерпрерывный сигнал

Время приема обрабатываемого сигнала  $T_w$  несколько меньше, чем  $T_d$ , на время задержки отражений от режектируемых помех. Временной отрезок длительности B от начала излучения до начала приема обрабатываемой информации назовем начальным бланком.

Описанный КН сигнал имеет ряд параметров, которые могут меняться в широких пределах в процессе работы РЛС.

Частота повторения импульсов *F<sub>rep</sub>* определяется решаемой тактико-технической задачей и может варьироваться от единиц до сотен килогерц [1].

Время стояния луча  $T_d$ , или длительность излучаемого сигнала, является основным параметром, определяющим время обзора РЛС, разрешающую способность по частоте и отношение сигнал/шум. Время стояния луча, как правило, изменяется в диапазоне 1...10 мс и определяется тактической ситуацией [1].

Длительность *В* начального бланка выбирается, ис-

Анализируется алгоритм цифровой обработки квазинепрерывных (КН) радиолокационных сигналов. Рассматриваются варианты подалгоритма спектрального анализа. Для упрощения обработки при широком диапазоне параметров используемых КН сигналов предлагается использовать синтезированные автором просто вычисляемые ступенчатые весовые функции для снижения уровня боковых лепестков спектра.

> ходя из дальности режектируемых помех. Начальный бланк необходим для того, чтобы произошло установление мощных отражений от пассивных помех до начала набора информации для обработки. Если указанное условие не выполняется, то снижается величина подавления помехи в области доплеровских частот целей. С другой стороны, увеличение длительности начального бланка сверх минимально необходимого приводит к уменьшению принимаемой мощности полезного сигнала и сокращению дальности действия РЛС. В связи с этим целесообразно поддерживать в РЛС карту пассивных помех и оптимизировать длительность начального бланка в каждом зондировании по карте помех.

> Длительность импульса т выбирается, в первую очередь, исходя из скважности, с которой может работать передатчик, и поэтому значительно варьируется вместе с частотой повторения импульсов.

> Таким образом, параметры КН сигналов могут изменяться в широких пределах и для оптимизации характеристик радиолокатора должны выбираться в каждом зондировании адаптивным образом, исходя из решаемой задачи и помеховой обстановки. Поэтому система обработки сигналов в идеале должна быть способна обрабатывать КН сигналы с произвольными параметрами.

> В существующих РЛС возможный диапазон изменения параметров КН сигналов, как правило, ограничен, что связано со сложностью реализации универсального алгоритма обработки. В данной работе рассматривается способ упрощения метода обработки КН сигналов с целью получения несложного унифицированного алгоритма для широкого диапазона изменения параметров сигнала. Предлагается использовать синтезированные автором весовые функции для спектрального анализа, которые допускают простое вычисление в процессе обработки. Рассматриваются варианты алгоритма спектрального анализа.

#### Базовый алгоритм фильтрации КН сигнала

Оптимальная фильтрация принимаемого КН сигнала, как правило, выполняется в цифровом виде и производится с помощью алгоритма корреляционно-фильтровой

обработки [1, 2]. Базовый вариант этого алгоритма имеет ряд идентичных параллельных ветвей по количеству дальностных каналов. Каждая ветвь (рис. 2) содержит операции демодуляции сигнала, принятого с данной дальности, и спектрального анализа демодулированного сигнала в однозначном диапазоне доплеровских частот. Выходные спектральные компоненты являются откликами оптимальных фильтров, настроенных на соответствующие доплеровские частоты и рассматриваемую дальность. На рис. 2 первый перемножитель выполняет операцию демодуляции сигнала, второй вводит весовую функцию для снижения боковых лепестков спектра.



Рис. 2. Блок-схема алгоритма оптимальной фильтрации для одного канала дальности

Для КН сигнала демодуляция для фиксированной дальности сводится к стробированию принятого сигнала пачкой импульсов, идентичной излученной, но сдвинутой на заданную дальность. Рис. 3 демонстрирует типовую расстановку дальностных стробов внутри периода повторения. Строб с номером *i* используется в *i*-том дальностном канале, *i* = 1, 2, ....

Приемное устройство бланкируется на время излучения импульса и время b дополнительного бланка. Оставшееся время между импульсами перекрывается дальностными стробами (каналами дальности). Длительность дальностных стробов равна длительности излученного импульса, шаг между соседними стробами обозначен символом s. На рисунке первый дальностный строб начинается в момент окончания бланка. В этом случае число дальностных стробов n<sub>r</sub> может быть рассчитано по формуле  $n_r = [(T_n - \tau)/s] + 1$ , где [x] – наименьшее целое число, превосходящее x, а  $T_n = T_{ren} - \tau - b$  (рис. 3).



Шаг *s* между соседними каналами дальности определяет энергетические потери, возникающие при неполном совпадении строба и сигнала. Формула, описывающая эти потери и полученная путем усреднения вероятности обнаружения сигнала по энергетическому рельефу, имеет вид [3]  $\eta_r = 10 \log(1 - 0.5 s / \tau)$  дБ. Например, при  $s / \tau = 0,25$  (соответственно 0,5 и 0,75) эта формула дает величину потерь 0,58 (1,25 и 1,80) дБ. Уменьшение шага каналов снижает потери. Однако одновременно растет число дальностных каналов и требуемый объем вычислений для реализации алгоритма обработки. По-

10

этому выбор шага каналов сводится к определению компромиссных значений указанных параметров.

При реализации алгоритма обработки в цифровом виде важную роль играет значение используемой частоты дискретизации входного сигнала F<sub>s</sub>. В данной работе рассматривается наиболее часто встречающийся на практике случай, когда длительность импульса τ и период повторения  $T_{rep}$  кратны периоду дискретизации  $t_s = 1/F_s$ . Это условие нетрудно обеспечить, если перечисленные временные параметры формируются из одной опорной частоты, как это обычно и реализуется на практике для обеспечения полной когерентности РЛС. Указанная кратность, помимо упрощения алгоритма обработки, обеспечивает при дискретизации сигнала наложение мощных периодических компонент спектра помехи друг на друга, не засоряя рабочую область частот.

Следующая операция алгоритма рис. 2 - введение весовой функции для подавления боковых лепестков спектра. Уровень помеховых отражений может доходить до 100 дБ и более над уровнем собственных шумов [1, 3] и, как правило, существенно превосходит уровень полезного сигнала. Однако доплеровская частота этого сигнала невелика. В Х-диапазоне она составляет не более 1...3 кГц. Поэтому КН сигнал, обладающий хорошей разрешающей способностью по частоте, позволяет отстроиться по этому параметру от помеховых отражений. Однако без использования весовой функции боковые лепестки спектра сильной помехи превосходят полезный сигнал практически во всем доплеровском диапазоне. Применение весовой функции дает возможность снизить уровень боковых лепестков до необходимой величины. Обзор классических весовых функций может быть найден в [4, 5].

Так как большинство оптимальных и близких к ним весовых функций имеют довольно сложные алгоритмы вычислений [3, 4], то значения функций обычно вычисляются заранее и хранятся в памяти устройства обработки сигналов. Эти значения зависят от длительности обрабатываемого сигнала и необходимого уровня подавления помехи. Поэтому для универсального устройства необходимо хранить значительные объемы констант, а алгоритм работы с ними является довольно громоздким. Альтернативным вариантом может служить вычисление значений весовых функций в процессе обработки сигнала. Для реализации этого способа в реальном масштабе времени алгоритм вычисления весовой функции должен быть простым. В данной работе предлагается использовать оптимальные весовые функции, синтезированные автором в работах [6, 7] и допускающие быстрое вычисление.

Так как конкретный способ использования весовой функции зависит от способа вычисления спектра, то рассмотрим сначала алгоритмы спектрального анализа.

# Варианты алгоритма спектрального анализа

Введем необходимые обозначения. Как сказано выше, в данной работе рассматривается случай, когда длительность импульса т и период повторения Tren кратны периоду дискретизации  $t_s = 1/F_s$ :

$$\tau = v t_s , \quad T_{rep} = r t_s , \tag{1}$$

где *v* и *r* – целые числа. Далее, не уменьшая общности, можно считать, что обрабатываемый сигнал содержит целое число *N*<sub>обр</sub> периодов повторения. При этом полное число выборок сигнала составляет

$$N = r N_{o \delta p} . \tag{2}$$

Входную последовательность выборок для спектрального анализа, следуя рис. 2, обозначим y(i), i = 0, 1, ..., N-1. Доопределим эту последовательность для произвольных индексов, полагая другие члены нулевыми: y(i) = 0 при i < 0 и  $i \ge N$ .

Далее, как известно, спектр КН сигнала имеет многопиковую структуру с расстоянием между пиками  $F_{rep}$  [1]. Поэтому достаточно провести расчет спектра для одного интервала ширины  $F_{rep}$ . Для определенности ниже рассматривается интервал [0,  $F_{rep}$ ]. Будем вычислять спектр в M равноотстоящих точках этого интервала:

$$f_k = \frac{k}{M} F_{rep}, \ k = 0, 1, ..., M - 1.$$
 (3)

Ширина df главного пика спектральной линии входного сигнала обратно пропорциональна времени приема обрабатываемого сигнала:  $df = c_1 / N t_s = c_1 F_s / N =$  $= c_1 F_{rep} / N_{obp}$ , где  $c_1$  – константа, определяемая используемой весовой функцией и имеющая значение в диапазоне 1...3 (см. следующий раздел). Поэтому для расчета спектра на рассматриваемом интервале параметр M достаточно выбрать из соотношения

$$M = c_2 \frac{F_{rep}}{df} = \frac{c_2}{c_1} N_{o\delta p} = c N_{o\delta p} , \qquad (4)$$

где  $c = c_2 / c_1$ , а константа  $c_2$  выбирается, исходя из допустимых потерь обработки за счет рельефа огибающей оптимальных фильтров по частоте. На практике константа c обычно близка к единице. Для сокращения нотации положим также, что константа c округлена таким образом, что число (4) является целым.

Принимая во внимание приведенные соотношения (1, 2), получаем формулу для расчета дискретного спектра в указанных *М* точках в следующем виде:

$$z(k) = \sum_{i=0}^{N-1} y(i) \exp(-2\pi j f_k i t_s) =$$
  
=  $\sum_{i=0}^{N-1} y(i) \exp(-2\pi j \frac{i k}{r M}),$  (5)

 $k = 0, 1, \dots, M - 1, \ j = \sqrt{-1}.$ 

Возможны различные алгоритмы вычисления спектра z(k): непосредственное вычисление по формуле (5), использование алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) для оценки (5), предварительная фильтрация сигнала для сужения спектра со значения  $F_s$  до необходимой величины порядка  $F_r$  с последующим использованием алгоритма БПФ в суженной полосе. Однако пе-

речисленные способы, как показывает подробный анализ, являются в той или иной степени неэффективными по объему вычислений и поэтому далее не рассматриваются. Остановимся на двух более эффективных способах: одном точном и одном приближенном.

Для формулировки точного способа представим номер выборки *i* в формуле (5) в виде  $i = (i_1, i_2)$ , где  $i_2 = 0, 1, ..., N_{oop} - 1$ , – номер периода повторения импульсов, а  $i_1 = 0, 1, ..., r - 1$ , – номер выборки в этом периоде. Число *i* может быть восстановлено по формуле  $i = i_1 + r i_2$ . Подставляя это выражение в (5) и принимая во внимание, что только v < r выборок на периоде повторения не равны нулю, нетрудно получить:

$$z(k) = \sum_{i_1=0}^{\nu-1} g(i_1, k) exp\left[-2\pi j \frac{i_1 k}{r M}\right],$$

$$k = 0, 1, ..., M - 1,$$
(6)

где

$$g(i_{1},k) = \sum_{i_{2}=0}^{N_{obp}-1} y(i_{1},i_{2}) \exp\left(-2\pi j \frac{i_{2} k}{M}\right), \ i_{1} = 0,1,...,v-1;$$
  

$$k = 0,1,...,M-1.$$
(7)

Так как последовательность  $y(i_1,i_2)$  доопределена нулевыми значениями для всех индексов  $i_2 \ge N_{o \delta p}$ , то при  $M \ge N_{o \delta p}$  суммирование в (7) можно распространить до индекса M:

$$g(i_1,k) = \sum_{i_2=0}^{M-1} y(i_1,i_2) \exp\left(-2\pi j \frac{i_2 k}{M}\right),$$
  

$$i_1 = 0, 1, \dots, v-1; \quad k = 0, 1, \dots, M-1.$$
(8)

Выражение (8) является при фиксированном *i*<sub>1</sub> дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) от последовательности равностоящих выборок, занимающих одинаковое положение внутри стробирующих импульсов. Формула (6) производит суммирование частных спектров (8) с учетом фаз.

При  $M < N_{o \delta p}$  формула (7) приводится к виду (8) заменой  $y(i_1, i_2)$  на последовательность

$$\tilde{y}(i_1, i_2) = \sum_{q=0}^{\left\lfloor \frac{N_{obp} - 1}{M} \right\rfloor} y(i_1, i_2 + qM) ,$$

$$i_1 = 0, 1, \dots, v - 1, \quad i_2 = 0, 1, \dots, M - 1, \qquad (9)$$

где |x| – наибольшее целое, не превосходящее *x*.

Преобразования (8) целесообразно вычислять с помощью алгоритма БПФ, дополняя выборки сигнала необходимым количеством нулей до величины вида  $n_{FFT} = 2^u \ge M$ , где u – целое. При этом в формулах (6-9) параметр M заменяется на  $n_{FFT}$ , а количество точек вычисления спектра несколько увеличивается.

Формулы (6-9) описывают рассматриваемый в данной работе точный вариант алгоритма спектрального анализа. Объем вычислений алгоритма будем оцени-

<i>F</i> <sub>s</sub> , МГц	<i>F<sub>rep</sub></i> , кГц	<i>Т<sub>гер</sub></i> , мкс	τ, мкс	v	r	Naãp	Ν	М	n <sub>FFT</sub>	$V_1$	<i>V</i> <sub>2</sub>
8	100	10	0,5	4	80	200	16000	256	256	4,9·10 <sup>4</sup>	1,2.104
8	20	50	2	16	400	50	20000	64	64	3,9.104	4,1·10 <sup>3</sup>

Таблица 1. Объем вычислений для двух вариантов алгоритма спектрального анализа

вать как количество необходимых алгебраических операций над действительными числами. Использование формул (6, 8) без учета редко используемого преобразования (9) требует объема вычислений:

$$V_1 \approx v n_{FFT} (5 \log_2 n_{FFT} + 8)$$

Примеры расчета этой величины приведены в табл. 1.

Перейдем к приближенному способу вычисления спектра. Эвристические предпосылки для описываемого способа состоят в следующем. В формуле (6) аргумент экспоненциальной функции не превосходит величины  $2\pi v/r = 2\pi/Q$ , где Q – скважность сигнала. При большой скважности эта величина мала. Поэтому экспоненциальный множитель в (6) можно приближенно заменить единицей, и формула сводится к простой сумме. Далее, так как операции (6) и (8) линейны, то их можно переставить местами. В результате получаем следующий двухэтапный алгоритм:

 – суммирование выборок сигнала внутри каждого строба дальности для рассматриваемого канала:

$$y_{\Sigma}(i_2) = \sum_{i_1=0}^{\nu} y(i_1, i_2), \, i_2 = 0, 1, \dots, N_{o\delta p} - 1 \,.$$
<sup>(10)</sup>

 – дискретное преобразование Фурье полученной последовательности аналогично (8):

$$z(k) = \sum_{i_2=0}^{M-1} \tilde{y}_{\Sigma}(i_2) \exp\left(-2\pi j \frac{i_2 k}{M}\right), \ k = 0, 1, ..., M-1, \quad (11)$$

где

$$\tilde{y}_{\Sigma}(i_{2}) = \sum_{q=0}^{\left\lfloor \frac{N_{o \delta p} - 1}{M} \right\rfloor} y_{\Sigma}(i_{2} + qM) , \quad i_{2} = 0, 1, ..., M - 1.$$
(12)

Спектр (11) целесообразно вычислять с помощью алгоритма БПФ аналогично (8), дополняя выборки сигнала необходимым количеством нулей до величины вида  $n_{FFT} = 2^u \ge M$ . При этом в формулах (11-12) параметр M необходимо заменить на  $n_{FFT}$ .

Так как при использовании этого алгоритма требуется всего одно БПФ, то объем вычислений существенно сокращается:

$$V_2 \approx n_{FFT} \left( 5 \log_2 n_{FFT} + 2 v \right).$$

Примеры расчета этой величины приведены в табл. 1. Платой за простоту рассмотренного алгоритма являются некоторые потери в отношении сигнал/шум. Суммирование (10) можно рассматривать как низкочастотный фильтр с частотной характеристикой

$$A(f) = \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau}.$$
(13)

Поэтому при обработке сигнала со значительной ве-

личиной доплеровской частоты  $f_d$  (т.е. произведение  $f_d \tau$  не может считаться малым) возникают потери, выражаемые в децибелах формулой

$$L(f) = 20 \log \left| A(f_d) \right| = 20 \log \left| \frac{\sin(\pi f_d \tau)}{\pi f_d \tau} \right|.$$

Во многих случаях эти потери являются приемлемыми. Например, при использовании КН сигнала из первой строки табл. 1 доплеровский диапазон при допустимых потерях не более 1 дБ составляет 523 кГц, а для сигнала из второй строки – 131 кГц.

Таким образом, приближенный вариант алгоритма вычисления спектра целесообразно использовать при малой величине произведения  $f_d \tau$ , в противном случае – точный.

Перейдем к рассмотрению весовых функций, вводимых перед спектральным анализом для подавления боковых лепестков спектра.

#### Класс весовых функций малой степени

Весовые функции, как правило, синтезируются, исходя из уровня получаемых боковых лепестков спектра гармонического сигнала. Так как КН сигнал не является гармоническим, то при использовании стандартных весовых функций получаемый уровень лепестков может несколько отличаться от расчетного. Идеальным способом выбора весовой функции является ее синтез специально для используемого КН сигнала. Однако такое решение задачи не слишком удобно с практической точки зрения, так как оптимальное решение зависит от параметров КН сигнала, и, следовательно, при каждом наборе параметров необходимо использовать свою функцию. В данной работе предлагается использовать рассматриваемые ниже весовые функции как универсальные независимо от параметров КН сигналов. Как показывают численные оценки, отличие между оптимальным и предлагаемым решениями невелико.

В ряде классических работ рассматривались весовые функции, представимые в виде суммы малого числа косинусоидальных функций. При этом весовая функция с  $n_w$  точками, вводимая перед цифровым спектральным анализом, может быть представлена в виде [6]

$$w(i, n_w) = a_0 + 2\sum_{k=1}^m (-1)^k a_k \cos[2\pi \frac{k}{n_w}(i+0,5)],$$
  

$$i = 0, 1, ..., n_w - 1.$$
(14)

Число *m* в данной работе будем называть степенью, а *n<sub>w</sub>* – порядком весовой функции. Функции малой степени сравнительно просто вычисляются в реальном масштабе времени и поэтому не требуют запоминания в устройстве обработки. Следует также заметить, что малая величина параметра *т* незначительно ухудшает характеристики функции [4]. Многие хорошо известные весовые функции (Хэмминга, Хана, Блэкмана и т.д.) имеют малую степень [4, 8]. Весовые функции, обеспечивающие максимально возможное для заданной степени подавление, рассчитаны в [9] до десятой степени включительно, однако количество этих функций мало.

В работах [6, 7] разработан метод построения бесконечного семейства весовых функций малой степени, включающего, как частный случай, функции работ [8, 9]. Метод реализует синтез оптимальных весовых функции, минимизирующих уровень максимального бокового лепестка при заданной ширине главного по уровню подавления и при заданной скорости спада боковых лепестков. В указанных работах табулированы семейства весовых функций со скоростями спада 6, 18, и 30 дБ на октаву.

В табл. 2 представлен ряд из этих табулированных функций, предлагаемых к использованию в описываемой задаче. В таблицу включены функции, имеющие подавление около 40, 60, 80, 90, 100 и 110 дБ. Для всех функций  $m \le 4$ , так что реализация вычислений по формуле (14) довольно проста.

Нормировка коэффициентов а<sub>k</sub> функций таблицы выполнена таким образом, чтобы выполнялось условие  $a_0 = 1$ , поэтому нулевой коэффициент в табл. 2 не приведен. Заметим, что в литературе часто встречается другой способ нормировки, при котором максимум весовой функции (14) принимается равным единице. Для рассматриваемых весовых функций пересчет коэффициентов  $a_k, k = 0, 1, ..., m$ , при нормировке  $a_0 = 1$  в коэффициенты  $A_k$ , k = 0, 1, ..., m, при нормировке максиюжет быть выполнен

$$A_0 = \frac{a_0}{\sigma}, \ A_k = \frac{2a_k}{\sigma}, \ k = 1, 2, ..., m,$$

где 
$$\sigma = a_0 + 2\sum_{k=1}^m a_k$$
. (15)

Разрядность коэффициентов  $a_k, k = 0, 1, ..., m$ , в табл. 2 выбрана достаточно большой, чтобы обеспечить приближение к оптимальному значению подавления не хуже 0,01 дБ. При использовании функций в практических задачах целесообразно провести округление коэффициентов до разрядности, исходя из требований конкретной задачи.

Следует также заметить, что как коэффициенты оптимальной функции, так и ее параметры зависят от порядка n<sub>w</sub>. Функции табл. 2 являются оптимальными для n<sub>w</sub> = 1024, однако указанная зависимость является весьма слабой [6], поэтому приведенные функции можно использовать и при других значениях  $n_w$  (см. следующий раздел).

В таблице даны стандартные параметры весовых функций [4, 6]: скорость спада боковых лепестков V, отношение Р главного лепестка к максимальному боковому (подавление), потери в отношении сигнал/шум за счет использования весовой функции П<sub>w</sub>, максимальные  $\Pi_{s \max}$  и средние  $\Pi_{s cped}$  потери за счет рельефа по оси частот, ширина главного лепестка по уровням минус 3 дБ (*L*<sub>-3</sub>), минус 6 дБ (*L*<sub>-6</sub>) и минус *P* дБ (*L*<sub>-*P*</sub>) в долях от частоты дискретизации.

Потери за счет использования весовой функции для указанной нормировки коэффициентов могут быть вычислены по формуле  $\Pi_w = 10 \lg \sigma$ , где параметр  $\sigma$  определен формулой (15). Максимальные потери за счет рельефа П<sub>я max</sub> определяются как максимальный относительный спад огибающей амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) гребенки из n<sub>w</sub> полосовых фильтров, равномерно расставленных на однозначном частотном интервале, а АЧХ каждого из фильтров определяется

Таблица 2. Параметры весовых функций

№	m	V, дБ/окт.	<i>Р</i> , дБ	$a_1$	<i>a</i> <sub>2</sub>	<i>a</i> <sub>3</sub>	$a_4$	П <sub>w</sub> , дБ	П <sub>s max</sub> , дБ	П <sub>s сред,</sub> дБ	$n_w L_{-3}$	<i>n</i> <sub>w</sub> <i>L</i> <sub>-6</sub>	$n_w L_{-P}$
1	1	6	43,19	0,428756	-	_	-	1,360	1,739	0,546	1,308	1,822	4.0
2	2	18	43,21	0,544797	0,044797	-	-	2,035	1,269	0,405	1,527	2,129	4,5
3	3	30	42,87	0,65895845	0,15433352	-0,00462493	-	2,824	0,886	0,287	1,828	2,553	5,5
4	2	6	60,73	0,5398501	0,0561472	-	-	2,012	1,300	0,415	1,512	2,116	5,2
5	2	18	64,19	0,611292	0,111292	-	-	2,485	1,045	0,336	1,686	2,359	6,0
6	3	30	67,15	0,69125090	0,20600144	0,01475054	-	3,098	0,790	0,257	1,939	2,716	7,0
7	3	6	82,12	0,62765167	0,13400071	0,00404200	-	2,610	0,995	0,321	1,730	2,427	6,8
8	3	18	85,90	0,66899083	0,18086105	0,01187022	_	2,924	0,861	0,279	1,859	2,609	7,5
9	3	30	82,60	0,71098785	0,23758056	0,02659271	-	3,274	0,732	0,238	2,016	2,828	8,0
10	3	6	92,36	0,65769137	0,16874204	0,01017634	_	2,838	0,898	0,291	1,822	2,557	7,6
11	3	18	93,33	0,68499122	0,20270501	0,01771379	-	3,056	0,812	0,264	1,915	2,689	8,0
12	4	30	90,30	0,7233217823	0,2581025376	0,0353433881	0,0005626328	3,389	0,696	0.227	2,068	2,903	8,5
13	4	6	105,05	0,6882520412	0,2088940360	0,0205165724	0,0001311645	3,087	0,803	0,261	1,927	2,707	8,4
14	4	18	101,52	0,7011472220	0,2261947336	0,0252998666	0,0002523550	3,195	0,763	0,248	1,976	2,776	8,5
15	4	30	105,57	0,7416467848	0,2897324702	0,0502982672	0,0022125818	3,566	0,644	0,210	2,152	3,023	9,5
16	4	6	114,58	0,7096443236	0,2403522969	0,0313471093	0,0007385747	3,273	0,738	0,240	2,010	2,826	9,2
17	4	18	115,74	0,7261055034	0,2652958467	0,0406161029	0,0014257596	3,421	0,689	0,225	2,080	2,924	9,5
18	4	30	112,64	0,7505079473	0,3056556094	0,0586068719	0,0034592098	3,655	0,619	0,202	2,195	3,086	10,0

спектром весовой функции. Средние потери за счет рельефа  $\Pi_{s\,cped}$  получены усреднением квадрата АЧХ указанной гребенки фильтров.

## Ступенчатые весовые функции

При прямом использовании весовой функции на интервале наблюдения ее порядок довольно велик  $n_w = N = r N_{o \delta p}$ . В примерах табл. 1 он составляет величину около 2.10<sup>4</sup>. Уменьшение порядка весовой функции способствует снижению вычислительных затрат.

Известным способом такого снижения является замена истинной весовой функции  $w(i, n_w)$  (14) на ступенчатую  $w_{cm}(i, n_w)$  с длительностью ступеньки, равной периоду повторения импульсов  $T_r = 1/F_r$ . В данной работе для ступенчатой функции будем использовать значения весовой функции (14) меньшего порядка:

$$w_{cm}(i, rN_{o\delta p}) = w(\left|\frac{i}{r}\right|, N_{o\delta p}), \ i = 0, 1, ..., rN_{o\delta p} - 1.$$
 (16)

Для полученных таким образом ступенчатых функций число ступенек равно количеству обрабатываемых периодов  $N_{o\delta p}$ , и, следовательно, количество точек вычисления весовой функции снижается, как минимум, в v раз. В монографии [5] показано, что для весовых функций Дольфа-Чебышева и Тейлора переход к ступенчатой функции практически не отражается на параметрах обработки КН сигнала. Аналогичное свойство справедливо и для описанных выше весовых функций и, повидимому, вообще для всех весовых функций. Рис. 4, 5 поясняют причины этого эффекта. На рис. 4 показана разность  $\delta(i,n_w)$  между весовой функцией (14) и ее ступенчатым аналогом

$$\begin{split} \delta(i, rN_{o\delta p}) &= w_{cm}(i, rN_{o\delta p}) - w(i, rN_{o\delta p}), \\ i &= 0, 1, \dots, rN_{o\delta p} - 1, \end{split} \tag{17}$$

для весовой функции № 4 табл. 2 при  $n_w = N$  = 8000 и  $N_{o\delta p}$  = 200.



Указанная разность, во-первых, достаточно мала (максимальное значение имеет порядок 10<sup>-2</sup>), а, во-вторых, имеет пилообразный повторяющийся характер с частотой смены ступенек. Это приводит к тому, что спектр разности имеет значительные спектральные составляющие только на частотах, кратных частоте ступенек (частоте повторения импульсов для КН сигнала). Этот

факт иллюстрируется на рис. 5 для случая КН сигнала с параметрами  $F_{rep} = 100 \ {
m k}\Gamma{
m u}$ ,  $N_{obp} = 200$ ,  $\tau = 0,5 \ {
m mkc}$ ,  $F_s = 4 \ {
m M}\Gamma{
m u}$ , при использовании весовой функции № 4 табл. 2 и числе точек вычисления спектра 2<sup>17</sup>. Спектр сигнала показан серым цветом, спектр разности (17) – черным. Параметры функции выбраны из соображений наглядности рисунка. Амплитуда спектральных составляющих разности существенно меньше амплитуды составляющих сигнала, поэтому переход к ступенчатой функции не приводит к деградации подавления. Более того, результаты численных оценок показывают, что и скорость спада боковых лепестков также сохраняется при переходе к ступенчатым функциям.



Рис. 5. Спектры весовой функции и разности (17)

Из приведенного рассмотрения очевидно, что величина разности (17) обратно пропорциональна количеству ступенек  $N_{o \delta p}$ . Кроме того, параметры весовой функции с фиксированными коэффициентами зависят от числа отсчетов сигнала (порядка весовой функции). Поэтому при фиксации коэффициентов получаемое подавление зависит как от количества обрабатываемых периодов, так и от типа функции (плавная исходная (14) или ступенчатая (16)). На рис. 6 в качестве примера приведена зависимость величины ухудшения подавления  $\Delta P$  по сравнению с данными табл. 2 от параметра  $N_{o \delta p}$  для весовых функций № 16-18 при обработке КН сигнала с параметрами  $F_{rep} = 100 \ {\rm k} \Gamma {\rm u}$ ,  $\tau = 0,5 \ {\rm mkc}$ ,  $F_s = 8 \ {\rm M} \Gamma {\rm u}$  как для исходной, так и для соответствующей ступенчатой функций.

Минимальное значение параметра  $N_{o \delta p}$  на рисунке принято равным 20 по следующим соображениям. Ширина главного лепестка спектра по уровню подавления P согласно табл. 2 составляет

$$L_{-P} = \frac{bF_s}{n_w} = \frac{brF_{rep}}{rN_{o\delta p}} = \frac{bF_{rep}}{N_{o\delta p}},$$

где  $\beta$  – значение нормированной ширины главного лепестка из последней колонки табл. 2.

Очевидно, эта ширина должна быть меньше однозначного частотного диапазона  $F_{rep}$ , откуда следует, что  $N_{o \delta p} > \beta$ . Для функций, представленных на рис. 6,  $N_{o \delta p} \geq 10$ . Это означает, что при малом числе периодов



Рис. 6. Ухудшение подавления при малом значении  $N_{o \delta p}$  : слева – для исходной функции, справа – для ступенчатой

повторения  $N_{o \delta p} < 10$  невозможно получить подавление на уровне боковых лепестков весовой функции ни в какой области частотной оси. При таких малых значениях  $N_{o \delta p}$  следует использовать другие, менее эффективные методы обработки.

Если потребовать, чтобы главный лепесток занимал не более  $\alpha$  -ой части от частотного диапазона, то нетрудно получить ограничение для параметра  $N_{o\delta p}$ :

$$N_{o \delta p} \geq \frac{\beta}{\alpha}$$
.

Например, даже если отвести значительную область частотной оси под главный лепесток (  $\alpha=0,5-0,25$  ), то для функций рис. 6 получаем  $N_{odp}>20...40$ .

Из анализа зависимостей, подобных представленным на рис. 6, для функций табл. 2 вытекают следующие заключения:

 подавление, как правило, ухудшается при уменьшении числа обрабатываемых периодов N<sub>обр</sub>, однако зависимость не всегда является монотонной;

– ухудшение подавления тем меньше, чем больше скорость спада лепестков, так, например, на рис. 6 при  $N_{o \delta p}$  = 30 для исходной весовой функции со скоростью спада V = 6 дБ/окт. ухудшение составляет 11 дБ, в то время как для функций с V = 18 и 30 дБ/окт., соответственно, 2 и 0,4 дБ;

 – ступенчатые весовые функции демонстрируют тот же порядок ухудшения подавления, что и исходные; более того, для весовых функции со скоростью спада V = 6 дБ/окт. ухудшение подавления для ступенчатых весовых функций значительно меньше, чем для исходных;

– чем меньше абсолютный уровень подавления, тем меньше его изменение при варьировании  $N_{o \delta n}$ .

Таким образом, произвольная фиксированная функция из табл. 2 пригодна для использования при всех необходимых параметрах  $N_{o\delta p}$  без значительной деградации подавления. При этом целесообразно использовать функции с быстрым спадом лепестков (18 или 30 дБ/окт.), обеспечивающие малое изменение подавления при изменении параметра  $N_{o\delta p}$ . Для таких функций при  $N_{o\delta p} \ge$  30 ухудшение подавления не превосходит 3 дБ, как для исходных, так и для ступенчатых функций

табл. 2. Для упрощения реализации рекомендуется использовать ступенчатые весовые функции, свойства которых не хуже, чем исходных.

Опишем способ введения ступенчатых весовых функций перед спектральным анализом. При использовании точного алгоритма вычисления спектра все выборки из фиксированного периода повторения КН сигнала перемножаются на один и тот же фиксированный весовой множитель. При приближенном вычислении спектра весовая функция может быть введена после суммирования выборок фиксированного периода по формуле (10) перед ДПФ (11), что позволяет получить дополнительный выигрыш в объеме вычислений.

В заключение данного раздела сделаем два замечания. Во-первых, обрабатываемый отрезок сигнала из  $N_{o\delta p}$  периодов повторения содержит  $N = r N_{o\delta p}$  выборок  $y_i$ , i=0,1,...,N-1, однако ненулевые выборки сигнала заканчиваются при индексе  $i = r(N_{o\delta p} - 1) + v = N - r + v$ . Возникает вопрос, какое из чисел из диапазона [N - r + v, N] целесообразно принять за количество выборок  $n_w$  весовой функции. Результаты численных оценок показывают, что разница между этими вариантами незначительна, тем меньше, чем больше  $N_{o\delta p}$  и, как правило, не превосходит долей децибела. При этом в подавляющем большинстве случаев несколько лучшее соотношение обеспечивает используемый в данной работе вариант  $n_w = N = r N_{o\delta p}$ .

Во-вторых, преобразование исходной весовой функции в ступенчатую возможно произвести другими способами, отличными от формулы (17). Например, за значение весовой функции на *j*-ом периоде повторения можно взять любую выборку исходной функции на этом периоде. Подобные варианты также мало отличаются друг от друга.

### Заключение

В работе проанализирован алгоритм корреляционновесовой обработки квазинепрерывных радиолокационных сигналов и даны рекомендации по использованию вариантов алгоритма спектрально анализа.

Для снижения боковых лепестков спектра сигнала предложено использование синтезированных автором просто вычисляемых весовых функций малого порядка. Простой способ вычисления весовых значений позволяет производить его в процессе обработки, что упрощает реализацию. Показано, что любая из обсуждаемых весовых функций может быть использована для широкого набора параметров КН сигналов. При значительном диапазоне частот повторения КН сигналов рекомендовано использование функций с быстрым спадом лепестков 18 и 30 дБ/ост. Проанализированы свойства ступенчатых весовых функций. Установлено, что переход к ступенчатым функциям не ухудшает величины подавления и позволяет провести дальнейшее упрощение обработки.

# Литература

1. Skolnik M.I. (ed.), Radar Handbook, Third Edition, 2008, McGraw-Hill Companies, 1351 p.

2. Бобров Д.Ю., Доброжанский А.П., Зайцев Г.В., Маликов Ю.В., Цыпин И.Б., Цифровая обработка сигналов в многофункциональных РЛС. часть 2, Алгоритмы обработки радиолокационных сигналов, Цифровая обработка сигналов. – М., 2002, № 1, С. 28-39.

3. Трухачев А.А. Радиолокационные сигналы и их применение. – М., Воениздат, 2005, 320 с.

4. Хэррис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье. – ТИИЭР, 1978, том 66, № 1, С. 60-96.

5. Wang Hongwei, Evaluation of Various Window Function using Multi-Instrument, Virtins Technology, 2009, D1003, www.virtins.com.

6. Зайцев Г.В. Класс весовых функций малого порядка для спектрального анализа, оптимальных по минимаксному критерию. – Радиотехника, № 3, 2011, С. 21-32.

7. Зайцев Г.В. Класс весовых функций для спектрального анализа с высокой скоростью спада лепестков спектра и минимальным уровнем максимального бокового лепестка. – Радиотехника, № 1, 2012, С. 55-65. 8. Nuttall A.H., Some Windows with Very Good Sidelobe Behavior.– IEEE Trans., 1981, v. ASSP-29, № 1, C. 84–91.

9. Albrecht H.-H. A family of cosine-sum windows for high-resolution measurements. – Proc. ICASSP2001, Salt Lake City, 2001.

# DIGITAL PROCESSING OF RADAR PULSE-TRAIN WAVEFORMS USING LOW-ORDER WEIGHT FUNCTIONS

## Zaytsev G.V.

The paper analyzes processing algorithm of pulse-train waveforms in digital radar receiver. The algorithm consists of range gating and doppler-filter-bank calculation in each range gate. Filter bank is realized by spectral analysis with preliminary weighting to reduce filter sidelobes. Several versions of spectrum calculations are discussed.

Each waveform with specific duration requires specific weight function. So for radars with wide set of pulse trains the number of weighting coefficients to be stored becomes unacceptable. Main part of the paper tackles this problem. To simplify implementation the paper suggests using synthesized by the author weight functions with simple cosinesum representation, given roll-off rate, and minimum sidelobe level for the given width of the main lobe. Simple representation allows calculating weights in real time during processing instead of their storage. Any of these functions proved to be near-optimal for wide set of waveform parameters. For further simplification, step weight function are examined with step length being equal to pulse repetition period. It is shown that for suggested functions with large rolloff rate transition to step functions leads to insignificant performance degradation.

### Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России (индекс 82185), СНГ и странах Балтии (индекс 20630), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA'» и Выставках: «ExpoElectronica», «СвязьЭкспокомм», «ЭЛЕКТРОНИКА: компоненты, оборудование, технологии» (г. Москва) и др.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Список изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, информационно-измерительных и управляющих систем.

### Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

№ 1 – март 2014 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиолокации и радиотехнических системах»

№ 2 – июнь 2014 г. Тематический выпуск: «Теория и методы цифровой обработки сигналов» (по материалам международной научнотехнической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA' 2014».

№ 3 – сентябрь 2014 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».

№ 4 – декабрь 2014 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

### Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

4-я (внешняя) страница цветной обложки - 25 тысяч рублей.

2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки - 15 тысяч рублей.

1\2 цветной внутренней полосы - 8 тысяч рублей.

#### Ждем Ваших предложений

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru