

УДК 21.391.037

## ДЕМОДУЛЯЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАННЫХ МЕТОДОМ V-BLAST РАДИОСИГНАЛОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МНОГОКРАТНОЙ МАНИПУЛЯЦИИ

*Мухин И.А., аспирант Московского технического университета связи и информатики, e-mail: ilyamukhin@gmail.com*

*Немировский М.С., д.т.н. профессор кафедры радиотехнических систем Московского технического университета связи и информатики, e-mail: mnetir@mail.ru*

**Ключевые слова:** MIMO, V-BLAST, многоантенные системы, пространственное мультиплексирование, демодуляция.

### Постановка задачи

Статья посвящена рассмотрению эффективности возможных методов коллективной демодуляции в сетях MIMO, реализующих пространственное мультиплексирование V-BLAST и использующих, в общем случае, многократную манипуляцию. Число приемных и передающих антенн рассматриваемой радиолинии будем считать одинаковым и обозначим его  $N$ . Через каждую передающую антенну организуется свой канал связи, по которому передается свое сообщение или своя часть общего сообщения. Соответственно, одновременно со всех передатчиков системы синхронно по такту передаётся  $N$  элементарных посылок (ЭП), причем каждая использует отдельную передающую антенну. Канал связи описывается канальной матрицей (КМ) размерности  $N \times N$ , в общем случае со случайными комплексными элементами. Сигналы с выходов всех приемных антенн поступают на общее устройство обработки, задачей которого является рациональное определение всех переданных на данном такте ЭП. Соответственно это устройство именуется ниже коллективным демодулятором (КлД). Следует обратить внимание на отсутствие в описанной структуре устройств помехоустойчивого кодирования. Это объясняется тем, что введение декодирования в целом в КлД настолько усложнило бы демодулятор, что его вряд ли удалось бы реализовать. Что же касается алгебраического декодирования, то его наличие легко учесть, увеличивая соответственно скорость передачи брутто бит и снижая требования к вероятности ошибки их воспроизведения, что не требует введения каких-либо изменений в структуру рассматриваемых КлД. Именно, имея ввиду использование помехоустойчивых кодов, мы ниже ограничимся рассмотрением случаев сравнительно высокой вероятности ошибок демодуляции брутто бит (порядка 0,01).

Что касается возможных вариантов построения КлД, то в настоящее время в литературе описан ряд алгоритмов их функционирования, отличающихся как эффективностью, так и сложностью реализации. Следует от-

*Произведено сравнение энергетической эффективности различных методов коллективной демодуляции в сетях V-BLAST при использовании многократной манипуляции в зависимости от характеристик трасс распространения радиоволн. На основании модели реальных трасс, предложенной в работе авторов [1], проведена классификация трасс и путем моделирования в среде MatLab для каждого такого класса получены данные по эффективности различных методов коллективной демодуляции, включая сравнительно мало изученные релаксационные методы. В основном рассматриваются варианты с КАМ. Определённое место уделено также вариантам с многократной ФМ, поскольку, как показано в статье, различие мощностей используемых радиосигналов отрицательно влияет на эффективность демодуляции в сетях V-BLAST.*

метить группу таких алгоритмов, которую в совокупности можно было бы назвать алгоритмами релаксации (АР). АР были предложены и обоснованы в математической теории выпуклого программирования в течение последнего десятилетия и применительно к задачам систем MIMO некоторые из них исследованы еще недостаточно.

Эффективность различных алгоритмов построения КлД зависит не только от структуры этих алгоритмов, но и от вида канальной матрицы, которая в свою очередь зависит от параметров трассы распространения радиоволн рассматриваемой радиолинии (длина трассы, количество и размещение передающих и приемных антенн, количество и структура поглощающих и отражающих препятствий и т.п.). Между тем в литературе эффективность вариантов КлД исследуется, как правило, для канальной матрицы случайного вида, коэффициенты которой имеют реальную и мнимую части в виде независимой центрированной нормально распределенной случайной величины с дисперсией  $\sigma^2/2$ . Анализ применительно к матрицам, приближающимся к реальным, затруднен отсутствием теоретических моделей таких матриц, построение которых, в связи с наличием большого числа ( $N^2$ ) взаимосвязанных комплексных элементов, является весьма сложной задачей.

Чтобы обойти эту трудность авторы обратились к построению компьютерной модели КМ в среде MATLAB. Соответствующие результаты изложены в работе [1]. В настоящей статье эта модель используется для сравнения эффективности различных известных вариантов КлД, включая и АР, при приближающихся к реальным

для различных трасс распространения канальным матрицам. При этом параметры модели выбираются в соответствии с общими характеристиками рассматриваемой трассы распространения. Отметим, что эти параметры определяют КМ как случайную (со случайными элементами). Поэтому в процессе набора статистики при компьютерном моделировании эффективности различных вариантов КЛД применительно к трассе распространения данного типа используемая КМ многократно меняется; при этом она, однако, нормирована таким образом, чтобы среднее значение евклидовой нормы<sup>1</sup> каждого её столбца равнялось единице.

### Многоканальная манипуляция

Пусть сигнальное созвездие радиосигнала КАМ каждого канала содержит  $n = 22k$  точек, где  $k$  – некоторое натуральное число. Соответственно, элементарная посылка (ЭП) каждого канала переносит блок из  $K=2k$  бит сообщения этого канала. Каждой такой ЭП может быть поставлено в соответствие комплексное число  $S_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , реальная и мнимая часть которого,  $R_j$  и  $I_j$  соответственно, принимают  $\sqrt{n} = 2^k$  возможных значений. Примем их равными нечетным целым числам из открытого интервала от  $-2^k$  до  $2^k$ . Будем считать, что все точки сигнального созвездия передаются равновероятно. Это предположение позволяет легко подсчитать среднюю мощность радиосигнала  $P_c$  при любом  $K$ .

Опишем теперь математически алгоритм формирования ЭП  $j$ -го канала  $S_j$  в соответствии с передаваемыми ею битами сообщения. Обозначим значения этих бит +1 или -1. Выпишем столбец бит сообщения, транслируемых по  $j$ -му каналу, как  $X_j = [x_{lj}]$ , где  $l = 1 \dots 2k$ . Этот столбец будем именовать блоком сообщения. Половину блока, включающую  $k$  начальных или  $k$  конечных бит, назовем полублоком, передним или задним соответственно. Обозначим мнимую единицу через  $i$  и введем числовой вектор – строку  $d = [2^0, 2^1, \dots, 2^{k-1}, 2^0 i, 2^1 i, \dots, 2^{k-1} i]$  с  $2k$  элементами. Легко убедиться, что

$$S_j = dX_j \quad (1)$$

Например, для КАМ64, когда  $k = 3$ , передаче блока  $[1, -1, 1, 1, -1, -1]$  соответствует комплексный сигнал  $S_j = 1-2+4+i-2i-4i = 3-5i$ . Максимальные по модулю сигналы  $(7+7i)$  и  $(-7-7i)$  соответствуют передаче блока, содержащего только +1 или только -1. В зависимости от передаваемой комбинации бит  $R_j$  и  $I_j$  могут принимать  $8 = 2^3$  значений каждая – все целые нечетные числа из интервала  $(-8, +8)$ . Отметим, что  $R_j$  определяется перед-

ним полублоком, а  $I_j$  – задним.

Важным следствием из (1) является линейность зависимости сигнала от транслируемого им блока бит сообщения. Именно этот факт служит основой некоторых рассмотренных ниже методов коллективной демодуляции. Вместе с тем, манипуляционный код, определяемый (1), не является кодом Грея, который используется, как правило, для снижения вероятности битовых ошибок при прочих равных условиях. Так, например, для случая  $k = 3$  (КАМ64) соседним сигналам  $S_1 = 5+7i$  и  $S_2 = 3+7i$ , как показывает (1), соответствуют комбинации бит  $[-1, 1, 1, 1, 1, 1]$  и  $[1, -1, 1, 1, 1, 1]$ , отличающиеся в двух битах, т.е. не удовлетворяющие требованию к коду Грея. Использование манипуляционного кода Грея приводит к нелинейной зависимости между сигналом и блоком сообщения. Для того, чтобы не потерять выигрыш в помехоустойчивости, даваемый кодом Грея, и, вместе с тем, воспользоваться рассмотренными ниже способами демодуляции (АП), можно поступить следующим образом: на входе модулятора ввести специальную процедуру перекодирования блоков из  $2k$  транслируемых абонентских бит  $G_j$  в блоки передаваемых бит  $X_j$  таким образом, чтобы соседним сигналам созвездия  $S_j$  соответствовали бы блоки  $G_j$  с Хэмминговым расстоянием 1. На выходе коллективного демодулятора должно при этом выполняться соответствующее декодирование. В качестве примера приведем таблицу перекодирования для случая  $k = 3$ . Будем считать, что передний и задний полублоки перекодируются по одной и той же таблице. Приведем возможный вариант такой таблицы (табл. 1).

Таблица 1

$R_j, I_j$	Полублок $X_j$	Полублок $G_j$ . Код Грея
7	+1, +1, +1	+1, +1, +1
5	-1, +1, +1	+1, +1, -1
3	+1, -1, +1	+1, -1, -1
1	-1, -1, +1	+1, -1, +1
-1	+1, +1, -1	-1, -1, +1
-3	-1, +1, -1	-1, -1, -1
-5	+1, -1, -1	-1, +1, -1
-7	-1, -1, -1	-1, +1, +1

Другое важное замечание по поводу (1) сводится к следующему: это соотношение обратимо (позволяет однозначно определить по сигналам  $S_j$  вектора  $X_j$ ) только на множестве  $X_j$  с координатами +1 или -1. Если это ограничение отбросить и, например, допустить, чтобы эти координаты принимали значения из интервала  $-1 \leq x \leq 1$ , то обратимость исчезнет, ибо при этом найдется уже множество блоков с такими координатами, которые при вычислении в соответствии с (1) будут давать одно и то же значение сигнала.

Чтобы описать все одновременно передаваемые  $N$  передатчиками сигналы, расширим введенные выше матрицы. Столбец  $X$ , содержащий блоки бит, транслируемых одновременно всеми передатчиками, получим, записывая последовательно один под другим столбцы

<sup>1</sup> Напомним читателю определение этой величины. Евклидовой нормой вектора (строки, столбца) называется корень квадратный из суммы квадратов модулей его координат.

$X_j$  для  $j=1, 2, \dots, N$ . В результате расширенный столбец будет включать  $2kN$  элементов. Далее, расширим числовую строку до матрицы  $M$  размерности  $N \times 2kN$ , для чего сформируем  $s$ -ую ( $s=1 \dots N$ ) строку этой матрицы, дополнив строку  $d$  (см. выше)  $2(s-1)k$  нулями в начале и  $2(N-s)k$  в конце строки. Теперь столбец, содержащий передаваемые одновременно всеми передатчиками сигналы, примет вид:

$$S = MX. \quad (2)$$

Столбец  $S$  содержит  $N$  элементов, представляющих собой сигналы  $S_j$ . Перейдем теперь к рассмотрению сигналов наблюдений, т.е. сигналов  $z$  на выходах приемных антенн. Номер приемной антенны  $r=1, 2 \dots N$ . Обозначим канальную матрицу (КМ), содержащую коэффициенты передачи канала от  $j$ -го передатчика к  $r$ -му приемнику  $B$ , через  $B = [B_{rj}]$ . Пусть  $B_{rj}$  – комплексные числа, модуль и аргумент которых определяют коэффициенты передачи по амплитуде и сдвиги фаз соответственно. Пусть также на выходе каждой приемной антенны присутствует флюктуационный шум, описываемый комплексной случайной величиной  $\xi_r$ , действительные и мнимые части которой  $\gamma_r$  и  $\mu_r$  являются центрированными нормальными случайными величинами с дисперсиями  $\sigma^2/2$ . Тогда:

$$Z = BS + \xi \quad (3)$$

Это выражение определяет зависимость вектора наблюдений  $Z$  от вектора сигналов  $S$ , передаваемых через все передатчики, и представляет собой систему линейных уравнений, содержащее вектор возмущающих воздействий  $\xi$ . Наличие таких воздействий делает его точное решение невозможным.

Можно также выразить вектор наблюдений через вектор передаваемых блоков транслируемых бит. С этой целью введем еще матрицу  $C = BM$  размерности  $N \times 2kN$ , которая, в общем случае, в качестве элементов содержит комплексные числа. Обозначим их через  $C_{sl} = a_{sl} + ib_{sl}$ , где  $s = 1 \dots N$ ;  $l = 1 \dots 2kN$ ;  $a_{sl}$  и  $b_{sl}$  – действительные числа. Тогда, используя эту матрицу и подставляя (2) в (3), найдем

$$Z = CX + \xi \quad (4)$$

Вектор наблюдений  $Z$  имеет комплексные координаты. Для дальнейшего нам удобно было бы иметь дело только с действительными наблюдениями. С этой целью выражение (4) должно быть несколько преобразовано. Первый член правой части этого выражения представляет собой произведение матрицы с комплексными элементами  $C$  на матрицу с действительными элементами  $X$ . В этом случае могут быть составлены два независимых выражения для действительных и мнимых частей элементов произведения матриц, использующие соответственно действительные и мнимые составляющие  $C$ . Удобно сформировать новую матрицу  $F$ , размерности  $2N \times 2kN$ , но содержащую уже только действительные элементы  $f_{ml}$ , причем  $f_{ml} = a_{ml}$  при  $0 < m < N$  и  $f_{ml} = b_{(m-N)l}$

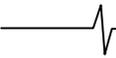
при  $N < m < 2N$ . Аналогично заменим каждое комплексное наблюдение  $z_r$  на два действительных  $y_r = \text{Re}(z_r)$  и  $y_{r+N} = \text{Im}(z_r)$ . Образует вектор вектор-столбец действительных наблюдений  $Y$ . Преобразуем также и шумовой вектор из (3). Обозначим для этого  $\rho_m = \gamma_r$  при  $0 < m < N$  и  $\rho_m = \mu_{m-N}$  при  $N < m < 2N$ , образуя вектор-столбец  $\aleph$  с  $2N$  координатами. Сопоставляя приведенные выше соотношения, получим окончательно

$$Y = FX + \aleph. \quad (5)$$

### Варианты демодуляции

Все описанные ниже варианты демодуляции основываются на предположении о том, что канальная матрица  $B$  заранее известна с достаточно высокой точностью. Вопросы анализа канала с целью ее определения в задаче данной статьи не входят.

Задача демодуляции в системе V-BLAST заключается в отыскании по вектору наблюдений  $Z$  или  $Y$  вектора сигналов  $\tilde{S}$  или блоков бит  $\tilde{X}$  (волнистая линия сверху означает, что речь идет о значениях соответствующих векторов, найденных путем демодуляции наблюдений). Следует отметить, что соотношения (3) или (5) не являются единственными ограничениями, определяющими искомые решения. Необходимо выполнить еще требования, налагаемые условиям задачи на области определения решений. Именно, комплексные числа, являющиеся координатами  $\tilde{S}$ , должны принадлежать сигнальному созвездию используемой КАМ, а координаты  $\tilde{X}$  должны принимать значения +1 или -1. Фактически существует лишь один метод непосредственного решения этой задачи – это полный перебор всех возможных вариантов решений (при принятых требованиях к решению число их хотя, как правило, и весьма велико, но всегда конечно). При таком переборе каждый раз должна оцениваться степень приемлемости данного решения, и в результате перебора должно выбираться самое приемлемое из них. В достаточно общем случае, критерием приемлемости может служить невязка, соответствующая данному решению. Обычно в качестве невязки используют евклидову норму  $v$  вектора  $V = Z - B\tilde{S}$  или  $W = Y - F\tilde{X}$ . В рассматриваемых условиях этот критерий приводит к решению максимума правдоподобия (РМП). Такой способ демодуляции является наиболее эффективным из всех возможных. Однако, из-за высокой вычислительной сложности, на практике его применять обычно не удаётся и приходится искать менее эффективные, но зато более простые методы. Вычислительная сложность рассматриваемой задачи определяется, прежде всего, тем, что приходится искать решения, область определения которых ограничена конечным множеством дискретных значений. Известные упрощенные методы демодуляции основаны на идее релаксации, которая сводится к следующему. Поиск решения осуществляется в два этапа. На первом этапе от некоторых наиболее обременительных требований к решению отказываются, так что вместо исходной строгой задачи рассматривают



упрощенную (релаксированную). На втором этапе, который мы будем называть очисткой, решение упрощенной задачи подходящим образом модифицируется, чтобы удовлетворить отброшенным ограничениям. Ниже содержится краткое описание нескольких вариантов демодуляторов, основанных на методе релаксации.

В ряде методов КЛД на первом этапе отказываемся от требования, чтобы координаты решений принадлежали к используемому сигнальному созвездию, допуская в качестве координат сигналов любые комплексные числа. Соответствующие решения в простейшем случае выражаются через найденные в соответствии с (3) наблюдениям  $Z$ , в виде

$$BQ = Z \quad (6)$$

По поводу решений уравнения (6) заметим, что для его существования в обычном смысле необходимо, чтобы матрица  $B$  была бы квадратной и невырожденной. Если, например, число строк этой матрицы больше числа её столбцов (число уравнений больше числа неизвестных), то (6) не имеет, как правило, строгих решений. В общем случае решение выглядит следующим образом:

$$Q = DZ \quad (7)$$

где  $D$  – матрица настроек.

Первый рассматриваемый приемник этого класса носит название приемник с декорреляцией (ПСД). Настройка  $D$  в этом случае определяется из канальной матрицы  $B$  следующим образом:

$$D = (B^H B)^{-1} B^H \quad (8)$$

где  $B^H$  – комплексно-сопряженная и транспонированная матрица  $B$ , а все выражение представляет собой псевдо обратную матрицу для  $B$ . На выходе ПСД получаем следующее выражение

$$Q = S + (B^H B)^{-1} B^H \xi \quad (9)$$

где  $\xi$  – вектор шумов, подведенных к каждой приемной антенне. ПСД разделяет пространственный матричный канал на параллельные подканалы с аддитивным пространственно-окрашенным шумом. Каждый канал затем может демодулироваться отдельно, как это делается в традиционных системах связи с одной передающей и одной приемной антеннами. Тем самым резко снижается сложность приемника. Заметим, что при этом межсимвольные искажения отсутствуют. Отметим, что упрощение алгоритма демодуляции при ПСД происходит за счет резкого снижения эффективности.

Второй вариант КЛД, рассматриваемый в данной статье, минимизирует среднеквадратическую ошибку (МСКО) оценивания. В качестве настройки  $D$  здесь используется матрица, минимизирующая выражение:

$$M \{ [DZ - S][DZ - S]^H \} \quad (10)$$

где  $M$  – оператор математического ожидания. Результат такой минимизации известен ([2], [3], [4]) и приводит к соотношению

$$D = (B^H B + \sigma^2 I)^{-1} B^H \quad (11)$$

где  $\sigma^2 = N_{np\partial a} N_0 / E_s = N_{np\partial a} / SNR$  ( $N_0$  – спектральная плотность мощности шума,  $I$  – единичная матрица,  $SNR$  – отношение сигнал/шум,  $E_s$  – энергия сигнала). Единственное отличие от ПСД – наличие  $\sigma^2 I$ .

На втором этапе ПСД и МСКО вектор  $Q$  поступает на очистку, где действительные и мнимые части  $Q_j$  округляются до ближайших значений соответствующих координат точек сигнального созвездия. Таким образом и формируется решение  $\tilde{S}$ . По нему в соответствии с используемым манипуляционным кодом может быть найдено и решение  $\tilde{X}$ .

Перейдем теперь к описанию другого алгоритма демодуляции, именуемого итерационным последовательным (ИП). Здесь последовательно демодулируют один канал за другим и каждый раз используют обратную связь по решению. Последовательность операций такова: вначале приемник выбирает переданный канал, который будет демодулирован первым. В качестве такового имеет смысл выбрать тот, который был передан в наиболее благоприятных условиях. Об условиях передачи того или иного канала можно судить по канальной матрице. С ее помощью можно определить, например, номер передающей антенны  $m$ , с которой принят суммарный (по всем приемникам) сигнал наибольшей мощности. Это можно сделать, сопоставляя евклидовы нормы столбцов матрицы  $B$ . Теперь с помощью ПСД (ИП ПСД) или МСКО (ИП МСКО) из уравнения (6), найдем  $\tilde{S}_m$ , а по нему и соответствующий блок бит из  $\tilde{X}$ . Это решение будем считать окончательным и исключим соответствующий сигнал и блок из величин, определяемых на дальнейших этапах демодуляции. Для этого (6) трансформируется следующим образом: из матрицы  $B$  удаляется  $m$ -ая строка, а из координат наблюдений  $Z_j$  вычитаются величины  $\tilde{S}_m B_{jm}$ . На следующем шаге решения описанный алгоритм полностью повторяется, но уже применительно к  $N-1$  сигналу. В начале выбирается номер сигнала из этого множества, определяемый на данном шаге, а в результате вырабатывается решение относительно его значения. Таким образом, число неизвестных вновь сокращается на единицу и выполняется следующий шаг, пока все  $N$  сигналов не будут определены.

Следующий алгоритм демодуляции, который будет рассмотрен в данной статье, назовем алгоритмом релаксации на многомерном кубе (АРК). Здесь, отказываясь на первом этапе решения от требования принадлежности сигналов сигнальному созвездию, допускаем все такие, которые получаются из (1), когда координаты вектора  $X_j$  принадлежат единичному кубу

$$-1 \leq x_{jl} \leq 1, l = 1, 2 \dots 2k \quad (12)$$

В этих предположениях необходимо решить уравнение

$$Y = FX \quad (13)$$

Строгого решения, удовлетворяющего (12), в общем случае, оно не имеет. Тогда в качестве решения выберем вектор  $Q$ , удовлетворяющий (12), для которого Евклидова норма  $P_e(FQ - Y)$  минимальна. Известна компьютерная программа, успешно решающая эту задачу [5]. Именно ее мы и будем ниже использовать.

Далее следует процедура очистки. В АРК она осуществляется следующим образом: в соответствии с (2) определяется соответствующий  $Q$  вектор сигналов  $\hat{S}$ . В качестве очищенного решения выберем теперь вектор  $\tilde{S}$  с координатами, значения которых выбраны из используемого сигнального созвездия и такой, что норма  $P_e(\tilde{S} - \hat{S})$  минимальна.

Наконец, последний из рассматриваемых в настоящей статье способов демодуляции носит название алгоритма полуопределенной релаксации (АПОР). В западной литературе он именуется SemiDefinite Relaxation (SMD). В этом алгоритме вводят вначале матрицу, включающую неизвестные заранее, передаваемые биты  $x_l$  ( $l = 1, 2, \dots, 2kN$ ), принимающие значения +1 или -1.

$$H(X) = \begin{pmatrix} XX^T & X \\ X^T & 1 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где индексом  $T$  сверху обозначена операция транспонирования столбца  $X$ . Левый верхний угол (14) занимает матрица размерности  $2kN \times 2kN$ . Нижний левый угол занимает строка размерности  $1 \times 2kN$ , а верхний правый столбец размерности  $2kN \times 1$ . Таким образом  $H$  оказывается квадратной  $L \times L$  матрицей, где  $L = 2kN + 1$ . Введем также  $L \times L$  матрицу, определяемую наблюдениями  $Y$  и координатами вектора  $F$ :

$$R = \begin{pmatrix} F^T F & -F^T Y \\ -Y^T F & Y^T Y \end{pmatrix} \quad (15)$$

и определим линейную функцию от произвольной  $L \times L$  матрицы  $U$

$$\varphi(U) = \sum_{j,l=1}^L r_{jl} u_{jl}. \quad (16)$$

Квадрат невязки  $\nu$  есть

$$P_e^2(Y - FX) = \varphi(H). \quad (17)$$

Таким образом, интересующая нас задача полностью эквивалентна задаче минимизации линейной функции  $\varphi(H)$  по всем матрицам вида (14), получающимся из битовых векторов, т.е. векторов, координаты которых принимают значения +1 или -1. Далее показано, что матрица  $U$  может быть представлена как матрица  $H$  для некоторого битового вектора  $X$  тогда и только тогда, когда  $U$  обладает следующими свойствами:

- $U$  симметрична;
- её диагональные элементы равны 1;
- $U$  положительно полуопределена, т.е. все её соб-

ственные числа неотрицательные; заметим, что такая матрица всегда может рассматриваться как матрица ковариаций некоторого случайного гауссова вектора размерности  $L$ ;

-  $U$  имеет ранг 1, т.е. все её столбцы пропорциональны друг другу; это означает, что лишь одно собственное значение этой матрицы отлично от нуля.

Таким образом, задача КЛД сводится к задаче минимизации функции (17) по матрицам  $U$ , имеющим только что перечисленные свойства. Рассмотрим релаксационную задачу, отличающуюся исключением требований к рангу матрицы  $U$ , т.е. расширением области, по которой проводится минимизация. Оказывается, что такая задача может уже быть эффективно решена численно с высокой точностью. Получаемое при этом значение матрицы  $U$  обозначим через  $\tilde{U}$ .

Для извлечения из  $\tilde{U}$  оценки искомого битового вектора  $X$  предложено два способа, которые назовём условно методом наибольшего собственного вектора матрицы  $\tilde{U}$  и рандомизированным методом. В настоящей работе используется второй из них, так что его опишем мы и ограничимся. Как уже отмечалось, может быть выбран такой Гауссов вектор размерности  $L$ , что  $\tilde{U}$  будет матрицей его ковариации, а  $L$ -ая координата этого вектора равна 1 с вероятностью 1, поскольку в соответствии со сформулированными требованиями  $u_{LL} = 1$ , как диагональный элемент. При рандомизированном методе генерируют определенное, не слишком малое число таких векторов (порядка 100-200), и отбрасывают у них последнюю единицу. После этого размерность векторов становится равной  $2kN$ . Для каждого такого вектора, который мы обозначим через  $Q$ , осуществим очистку так, как это описано выше применительно к АРК. Для каждого из очищенных двоичных векторов определим евклидову меру невязки  $\nu$  и выберем в качестве окончательного решения  $\tilde{X}$  тот из них, для которого эта мера минимальна.

#### Классификация трасс распространения радиоволн

Выше отмечалось, что решающее влияние на эффективность различных КЛД оказывают свойства КНМ. В работе [1] было показано, что эти свойства с достаточной полнотой определяются числовой характеристикой матрицы, именуемой числом её обусловленности (ЧОМ). Эту характеристику матрицы обозначим через  $W$ . На практике сопоставлять различные трассы распространения по значениям  $W$  неудобно. Поэтому имеет смысл сопоставить их реальным характеристикам трассы, таким как её протяженность, наличие поглощающих и отражающих препятствий и число передающих и приемных антенн, диапазон типовых значений ЧОМ. Ниже, в таблицах 2 и 3, представлены результаты, относящиеся к случаю использования по 2 антенны на приеме и передаче и по 4 антенны, соответственно. Они получены на основе модели трассы, предложенной авторами в [1]. Число отражателей используемых в модели на 1 мень-

ше указанного в таблицах числа лучей. В таблицах приведены также некоторые числовые характеристики ЧОМ, рассматриваемого как случайная величина, а именно её среднее значение, уровень  $X_0$ , который эта величина превосходит с вероятностью 0.85, и уровень  $X_1$ , который она превосходит с вероятностью 0.15.

Именно для этих классов трасс ниже будут приведены результаты сравнения эффективности различных алгоритмов КЛД.

### Результаты моделирования

В результате моделирования получены данные о помехоустойчивости передачи брутто бит по каждой из рассматриваемых трасс при использовании КАМ различной кратности и при различных алгоритмах работы КЛД. При этом, как и в [1], использовалось нормированное значение сигнал/шум  $h_b^2 = \frac{P_c T_{bb} N}{N_0}$  (?). К сожалению, все полученные результаты по своему объёму при-

вести в статье не представляется возможным. Мы ограничимся лишь таблицами значений  $h_b^2$ , соответствующих вероятности ошибки воспроизведения брутто бит  $10^{-2}$ . Для иллюстрации приведем, однако, несколько примеров более полных данных.

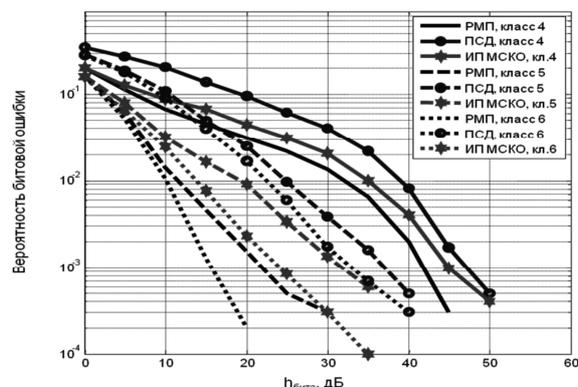


Рис. 1. Помехоустойчивость МАС 2x2 для трасс средней дальности при КАМ4

Таблица 2

№	Длина трассы, $\lambda$	Число лучей	Среднее ЧОМ	$X_0$	$X_1$	Класс радиотрассы
1	До 300	2	15.4	2	21	Малой дальности с малым числом лучей (МДМЛ)
2	До 300	4	11.7	2	20	Малой дальности со средним числом лучей (МДСЛ)
3	До 300	16	5.8	2	8	Малой дальности с большим числом лучей (МДБЛ)
4	От 300 до 3000	2	38.1	2	70	Средней дальности с малым числом лучей (СДМЛ)
5	От 300 до 3000	4	11.2	2	15	Средней дальности со средним числом лучей (СДСЛ)
6	От 300 до 3000	16	8.8	2	13	Средней дальности с большим числом лучей (СДБЛ)
7	Более 3000	2	318.9	25	>450	Большой дальности с малым числом лучей (БДМЛ)
8	Более 3000	4	90.6	20	120	Большой дальности со средним числом лучей (БДСЛ)
9	Более 3000	16	73.4	20	100	Большой дальности с большим числом лучей (БДБЛ)

Таблица 3

№	Длина трассы, $\lambda$	Число лучей	Среднее ЧОМ	$X_0$	$X_1$	Класс радиотрассы
1	До 300	2	593	150	900	Малой дальности с малым числом лучей (МДМЛ)
2	До 300	4	197	10	300	Малой дальности со средним числом лучей (МДСЛ)
3	До 300	16	28	2	40	Малой дальности с большим числом лучей (МДБЛ)
4	От 300 до 3000	2	$1.2 \times 10^5$	100	$> 2 \times 10^5$	Средней дальности с малым числом лучей (СДМЛ)
5	От 300 до 3000	4	$4.9 \times 10^3$	150	$> 7 \times 10^3$	Средней дальности со средним числом лучей (СДСЛ)
6	От 300 до 3000	16	197	40	300	Средней дальности с большим числом лучей (СДБЛ)
7	Более 3000	2	$1.3 \times 10^8$	$9 \times 10^5$	$2 \times 10^8$	Большой дальности с малым числом лучей (БДМЛ)
8	Более 3000	4	$5.8 \times 10^6$	$2.2 \times 10^5$	$8 \times 10^5$	Большой дальности со средним числом лучей (БДСЛ)
9	Более 3000	16	$1.4 \times 10^5$	$3 \times 10^4$	$2 \times 10^5$	Большой дальности с большим числом лучей (БДБЛ)

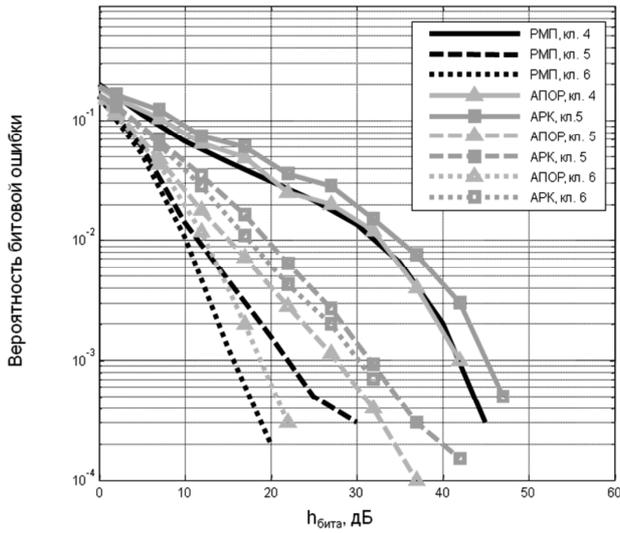


Рис. 2. Помехоустойчивость MAC 2x2 для трасс средней дальности при КАМ4

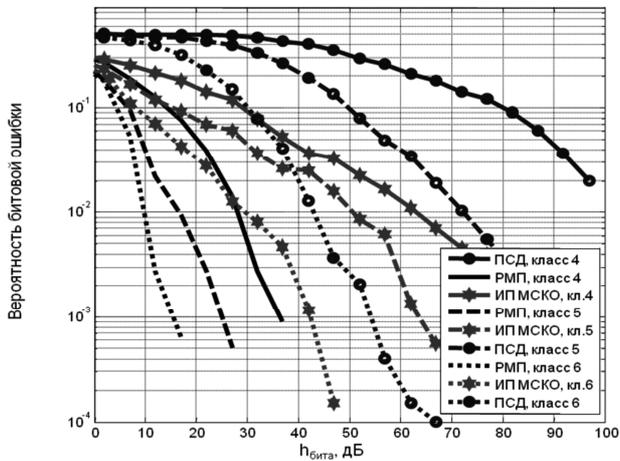


Рис. 3. Помехоустойчивость MAC 4x4 для трасс средней дальности при КАМ4

На рис. 1-4 приведены кривые помехоустойчивости для двух конфигураций MAC (2x2 и 4x4), трех классов трасс и различных вариантах КЛД для КАМ4. Соответствующие параметры указаны на самих рисунках и в подписях под ними.

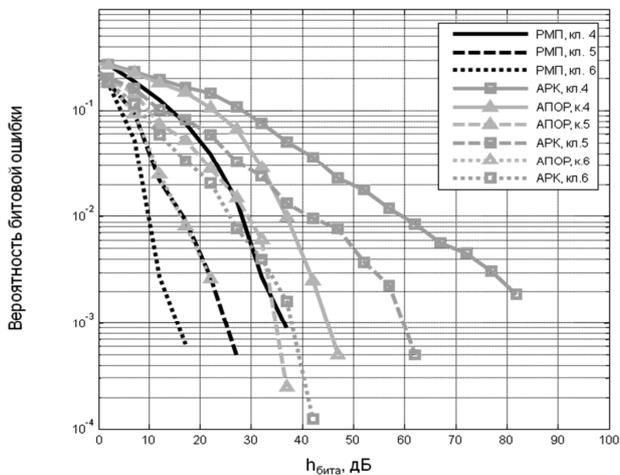


Рис. 4. Помехоустойчивость MAC 4x4 для трасс средней дальности при КАМ4

Данные по требуемым значениям  $h_b$  [дБ] для обеспечения вероятности ошибки воспроизведения брутто бита 1% для всех рассматриваемых алгоритмов КЛД, классов трасс и кратностей КАМ сведены в табл. 4. (В числителе дробей для MAC 2x2, а в знаменателе для MAC4x4). Здесь прочерком отмечены поля, для которых получение результатов затруднено чрезмерной вычислительной сложностью. Значения  $h_b$ , превосходящие 100 дБ, отмечены восклицательным знаком.

**Анализ результатов моделирования**

Приведенные результаты свидетельствуют о разнонаправленном действии различных характеристик сети и трассы распространения. При оценке влияния этих факторов будем пользоваться данными табл. 4, относящимися к РМП; в тех случаях когда таких данных нет, будем заменять их показателями того КЛД, который в данных условиях является наилучшим.

Естественно, что увеличение дальности связи снижает помехоустойчивость. Но тот факт, что малая многолучевость, даже при малой дальности, приводит к низкой помехоустойчивости уже не является столь тривиальным. Между тем, самую высокую помехоустойчивость при  $N = 2$  демонстрирует третий класс трасс, который соответствует малой дальности и сильной многолучевости. Вообще, при малой многолучевости, помехоустойчивость оказывается весьма низкой при любой длине трассы. Если именовать трассы с  $h_b > 30 - 40$  дБ (первое значение для КАМ4, второе – для КАМ 16-64), то окажется, что почти все трассы с малой многолучевостью оказываются тяжелыми.

Что касается кратности манипуляции, то в соответствии с данными табл. 4, с её ростом помехоустойчивость на нетяжелых трассах умеренно падает, аналогично тому, как это имеет место на трассах SISO (от  $n = 4$  до  $n = 64$  на 8-10 дБ). Для тяжелых трасс наблюдаются и значительно большие снижения помехоустойчивости.

Следует еще обратить внимание на влияние числа  $N$  используемых антенн на эффективность V-BLAST. На нетяжелых трассах различие помехоустойчивости для  $N = 2$  и  $N = 4$  невелики (несколько дБ), на тяжелых – вариант с  $N = 4$  значительно проигрывает варианту с  $N = 2$ .

Перейдем теперь к сравнению помехоустойчивости, обеспечиваемой различными алгоритмами КЛД. Идеальный алгоритм (РМП) служит при этом лишь для оценки потерь, возникающих при других алгоритмах. Анализ приведенных данных показывает, что такое сравнение имеет смысл проводить отдельно для случая использования созвездия равных по мощности радиосигналов (КАМ4) и различающихся по мощности (КАМ16-64). Обозначим эти случаи аббревиатурами СРВМ и СРЗМ соответственно.

При СРВМ наилучшие результаты даёт АПОР; по сравнению со следующим по эффективности алгоритмом (ИПМСКО) он для  $N = 2$  даёт выигрыш всего

Таблица 4

Класс трассы	Модуляция	РМП	АПОР	АРК	ИП МСКО	ИП ПСД	ПСД	МСКО
1 (МДМЛ)	КАМ4	18.6/13	19.2/20	22.7/34,5	20.5/41	23/49	25/53	23/45
	КАМ16	23.5/-	28/54,5	29/55	26.6/49	27/53	29/55	29/55
	КАМ64	28/-	31.5/58,5	32/59	30.5/57	31/57	31.8/59	31.8/59
2 (МДСЛ)	КАМ4	13.5/12	16.5/17	20/26	19/32	21/39	24.6/45	21/39
	КАМ16	19/-	28/47,5	28.5/47	25/43	27/44	28/47	26/45
	КАМ64	23.5/-	32/52	32/53	29.6/49	29/49	32/52	30.5/50
3 (МДБЛ)	КАМ4	9/9	9.5/12	13.5/15	11.5/16	13/25	18/27	15.5/19
	КАМ16	13.5/-	21/29	21.5/29	18/26,5	19/28	22/29	20/27
	КАМ64	18.5/-	25/33	26/34	22.8/32,5	22/32	25/33	23.8/33
4 (СДМЛ)	КАМ4	32/28	32/37	33.5/60	34.8/63	35/91	39.5/!	35.6/92
	КАМ16	37/-	43/!	43/!	40/87	40/98	43/!	41.5/100
	КАМ64	42/-	46/!	46/!	45/97	45/!	46/!	45.2/!
5 (СДСЛ)	КАМ4	12/16,5	15/28,5	19.5/41	19/50	23/67	25/71	21.5/60
	КАМ16	17/-	27.5/73	27.5/72,5	25.5/64	26/70	27.5/73	27/70
	КАМ64	22.6/-	31.5/77	31.5/77,5	30/70	31/76	31.5/77	30.8/74
6 (СДБЛ)	КАМ4	9.7/10	12.5/16	16.5/26	14/30	18.5/40	22/43	19.4/37
	КАМ16	16/-	24.5/46,5	24.5/46,5	21.5/42	23/44	24.5/47	24/42
	КАМ64	21.5/-	28/48,5	28/50	27/49	27/49	28/49	27.6/49
7 (БДМЛ)	КАМ4	39.5/45	47/80	54/!	53.5/!	58/!	59/!	56/!
	КАМ16	43/-	58.5/!	59/!	59.5/!	61/!	60/!	60/!
	КАМ64	49.5/-	65/!	65/!	64/!	64/!	65/!	65/!
8 (БДСЛ)	КАМ4	15/27	30/67	38/89	36.5/!	43.5/!	44/!	41/!
	КАМ16	23/-	46/!	47/!	44.5/!	45.5/!	47/!	46/!
	КАМ64	30/-	50.5/!	50.5/!	49/!	49/!	50.5/!	50/!
9 (БДБЛ)	КАМ4	15/25	27.5/49	35/75	33/87	36.5/96	40/99	37/90
	КАМ16	23/-	43/!	43.5/!	40/99	40/!	43.5/!	42/!
	КАМ64	29.5/-	46.5/!	47/!	44.5/!	45.5/!	47/!	46/!

Таблица 5

КлД манипуляция	РМП	АПОР	АРК	ПСД
КАМ4 (ФМ4)	9	9,5	13,5	18
ФМ8	12	15	20	22
ФМ16	15	17,5	23	25
КАМ16	13,5	21	21	22

несколько дБ. Однако, для  $N = 4$  выигрыш оказывается значительно большим, иногда 20 дБ и более. На нетяжелых трассах АПОР проигрывает идеальному КлД до 3 дБ.

При переходе к СРЗМ у всех рассматриваемых методах КлД эффективность резко падает, причем в этой ситуации АПОР может проигрывать ИП МСКО несколько дБ. Отрицательное влияние использования сигналов различной мощности на эффективность некоторых алгоритмов КлД в сетях V-BLAST побудило авторов предпринять специальное рассмотрение этого вопроса, результаты которого изложены в следующем пункте.

#### Влияние изменения мощности сигналов при манипуляции

В варианте V-BLAST по отношению к сигналам, излучаемым данным передатчиком, сигналы других передатчиков выступают как помехи. Естественно, поэтому, что сигналы минимальной мощности оказываются в особо неблагоприятных условиях, что и определяет существенное увеличение средней вероятности ошибки при прочих равных условиях. В связи с этим представляется, что в сетях V-BLAST предпочтительными должны оказаться методы манипуляции, сохраняющие мощность радиосигналов неизменной.

Следует, однако, отметить, что требование постоянства мощности ограничивает «плотность укладки» точек сигнального созвездия и приводит, поэтому, к менее эффективным сигналам. При выборе метода манипуляции в сетях V-BLAST должны учитываться обе указанные тенденции, причем заранее не ясно какая из них окажется преобладающей. Чтобы получить ответ на этот вопрос, было проведено аналогичное выше описанному моделирование, но для методов манипуляции ФМ8 и ФМ16, при которых мощности радиосигналов остаются постоянными. Соответственно были скорректированы используемые для моделирования программы. Объем моделирования был относительно небольшим. Его результаты сведены в табл. 5, где приведены значения  $\hat{h}_b$ , соответствующие вероятности ошибки на брутто бит  $10^{-2}$  для трасс 3-го класса.

Из этой таблицы следует, что хотя потенциально (т.е. при РМП) КАМ16 в сетях V-BLAST всё-таки несколько эффективнее ФМ16, но при использовании АПОР заметно более эффективной оказывается ФМ16.

В заключение настоящей статьи авторы выражают глубокую благодарность за полезные консультации и обсуждения результатов настоящей работы д.ф.-м.н, проф. Немировскому А. С.

#### Литература

1. Мухин И.А., Немировский М.С., «Анализ условий эффективного функционирования многоантенных систем передачи информации с пространственным мультиплексированием», журнал ОАО «Радиофизика», Радиолокация и связь, №12, 2011, выпуск 168, с.7-14.
2. P. van Rooyen, M. Lotter and Danie van Wyk. Space-Time Processing for CDMA Mobile Communications. – NY, Kluwer Academic Publishes, 2000.
3. Castoldi, P. Multiuser Detection in CDMA Mobile Ter-

minals, London, Artech House, 2002.

4. Verdu, S. Multiuser Detection. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1998.

5. <http://cvxr.com/cvx/doc/solver.html>, сайт доступен 09.03.2013.

6. Маврычев Е.А., Итерационное квазиоптимальное различение сигналов в ММО-системе с пространственно-коррелированным шумом, материалы IV Всероссийской конференции «Радиолокация и радиосвязь» – ИРЭ РАН, 29 ноября – 3 декабря 2010 г.

7. Кричигин А.В., Маврычев Е.А., Итерационный декодер максимального правдоподобия пространственно-временных блочных кодов на фоне пространственно-коррелированного шума, Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, №5 (3), 2011, с.226-231

### DEMODULATION OF V-BLAST SPATIALLY MULTIPLEXED RADIO SIGNALS WITH HIGHER-ORDER MODULATIONS

*Mukhin I.A., Nemirovskiy M.S.*

In this article a comparison of different demodulation methods for V-BLAST signals with higher-order modulations was performed depending on conditions of radio wave propagation. Based on model of real radio wave propagation (which was proposed by authors earlier [1]) all channels were classified. Using MATLAB modeling performance evaluation was performed for each propagation conditions and for each receiver including relatively little studied relaxation methods. The focus was on QAM schemes. Specific research was performed for multiple PSK. It is shown that difference in power of used radio signals from constellation affects the performance of V-BLAST demodulation.

### Научное направление: Теория и методы цифровой обработки сигналов. Техническая реализация систем обработки сигналов

#### Секция 2: Теория и методы цифровой обработки сигналов

В работах, проводимых по данному базовому направлению теоретических исследований, закладываются фундаментальные основы построения систем ЦОС. Как показывает анализ представленных докладов, исследования российских ученых ведутся по всем основным направлениям развития мировой науки в области информационных технологий реального времени, а именно: цифровой фильтрации, многоскоростной обработки и вейвлет-преобразования, частотно-временной обработки и спектрального анализа, теории быстрых алгоритмов ЦОС, оптимальной и адаптивной обработки сигналов и нелинейной фильтрации.



По итогам прошедшей конференции были представлены к награждению Дипломами лауреатов конкурса молодых ученых следующие работы:

1. Модернизированный метод диагональной инверсии при синтезе вейвлетов для непрерывного вейвлет-преобразования. Автор – Степанов А.Б., аспирант Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. М.А. Бонч-Бруевича.

2. Исследование возможности применения модифицированного дискретного косинусного преобразования с деформацией частотной оси для построения слухового аппарата. Автор – Вашкевич М.И., аспирант Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

3. Метод аппроксимации эллипса. Автор – Ботвиненко А.А., ведущий инженер ИПУ РАН.