

УДК 621.372.54

## МЕТОДЫ МНОГОСКОРОСТНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В МНОГОКАНАЛЬНЫХ АДАПТИВНЫХ ФИЛЬТРАХ С САМООРГАНИЗУЮЩЕЙСЯ СТРУКТУРОЙ: ЭКВАЛАЙЗЕРЫ С ДИНАМИЧЕСКИМ ВЫБОРОМ КАНАЛОВ

*Линович А.Ю., к.т.н., старший научный сотрудник Рязанского государственного радиотехнического университета, rsrtu@yandex.ru*

**Ключевые слова:** эквалайзер, динамическая структура, многоканальный фильтр, многоскоростная обработка сигналов.

### Введение

Системы передачи данных с одной несущей частотой обладают рядом преимуществ перед системами с множеством несущих частот и позволяют существенно повысить качество связи [1]. Одной из проблем применения одночастотной модуляции в широкополосной радиосвязи является необходимость компенсации межсимвольных искажений. Эта задача возлагается на специализированное устройство — эквалайзер (адаптивный корректор). Как правило, эквалайзер представляет собой цифровой адаптивный фильтр, настраиваемый по определённому алгоритму.

Наиболее известным подходом к решению задачи оценивания неизвестных параметров канала связи является метод наименьших квадратов (МНК) [2]. Его особенность проявляется в отсутствии каких-либо жёстких претензий к априорной информации об оцениваемых параметрах и экспериментальных ошибках, что очень важно для многих задач, которые не допускают экспериментального повторения и в этом смысле являются однократными. Тем не менее, рекуррентный алгоритм МНК [2, 3] оказывается практически бесполезным при попытке его реализации на частотах в десятки и сотни мегагерц по причине высокой требовательности к вычислительным затратам. С целью сокращения вычислительных затрат часто предпочитают использовать более простые градиентные алгоритмы, такие как хорошо известный алгоритм НСКО [4]. Этот алгоритм описан во многих научных книгах и статьях [3, 5], где помимо первоначальной его формы описаны многочисленные модификации. Например, вводится автоматическая нормировка шага адаптации относительно мощности входного сигнала адаптивного фильтра. (*Алгоритм НСКО с нормировкой шага адаптации впервые был предложен в [6, 7]. Позднее в англоязычной литературе за алгоритмом закрепилось устойчивое название «Normalized least-mean square (NLMS) algorithm» [8].*)

В алгоритме НСКО удаётся избежать необходимой для рекуррентного МНК оценки корреляционной матрицы, что позволяет значительно сократить объём вычислительных затрат. Главным недостатком НСКО является очень медленная скорость настройки. Этот недостаток становится особенно важным в тех случаях, когда отсчёты входного сигнала оказываются сильно коррелированными между собой, а также в присутствии аддитивной помехи с нерав-

*Статья посвящена многоканальным адаптивным фильтрам (МАФ), в которых используются принципы самоорганизации, и особенностям построения эквалайзеров на основе МАФ данного класса. Приводятся результаты имитационного моделирования разработанных эквалайзеров, выполненные для модели стационарного беспроводного канала городского типа, которые демонстрируют ряд преимуществ предложенного подхода.*

номерно распределённой спектральной плотностью мощности.

Одно из направлений решения указанных выше проблем связано с построением многоканальных адаптивных фильтров (МАФ), в которых каждый канал работает только с некоторой предоставленной ему частью спектра, вычлененной посредством подсистемы фильтров анализа из широкополосного входного сигнала. Преимущество такого субполосного подхода связано с декорреляцией обрабатываемого сигнала при разбиении его на узкополосные составляющие. Поэтому переход к многоканальной структуре адаптивного фильтра, с одной стороны, обеспечивает более высокую скорость настройки эквалайзера, но, с другой стороны, требует введения в структуру эквалайзера подсистем анализа и синтеза для разбиения широкополосного входного сигнала на компоненты и последующего объединения полученных в процессе адаптивной обработки компонентов выходного сигнала в результирующий широкополосный выходной сигнал.

В классическом варианте [8] МАФ использует две подсистемы анализа для разбиения входного и обучающего сигналов и одну подсистему синтеза для формирования выходного сигнала. Однако имеется много самых разнообразных форм реализации МАФ, отличающихся как методами разбиения исходных широкополосных сигналов на их отдельные компоненты, так и способами межканального взаимодействия при организации совместной межканальной обработки. Основной целью перехода к многоканальной адаптивной фильтрации, как правило, является повышение скорости настройки цифрового фильтра. В ряде случаев проявляется ещё одно не менее важное достоинство МАФ, заключающееся в значительном сокращении вычислительных затрат.

### МАФ с независимой обработкой в каналах

Классическая структура МАФ описана во многих учебных и научных изданиях, посвящённых цифровым адаптивным фильтрам, например, в [8, 9]. В упрощённом виде эта структура показана на рис. 1.

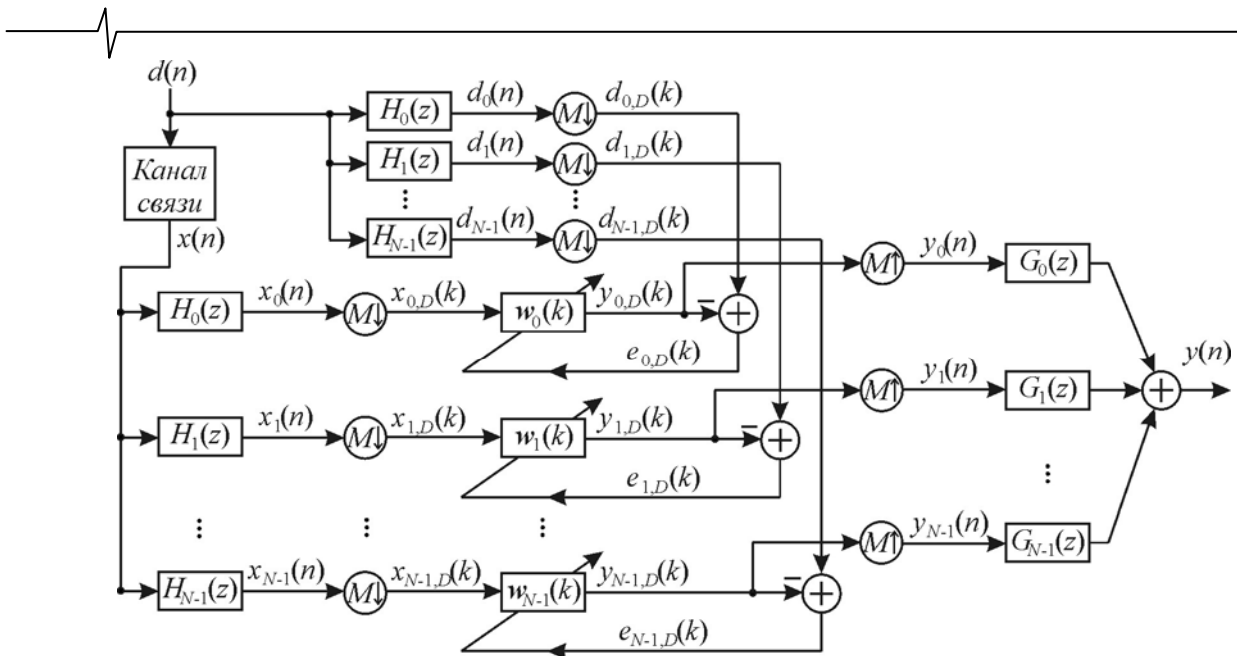


Рис. 1. МАФ с независимой обработкой в каналах

Предполагается, что на этапе предварительной настройки передатчик подаёт на вход канала связи известную в приёмнике настроечную последовательность  $d(n)$ . Принятый сигнал  $x(n)$  и обучающий сигнал  $d(n)$  приёмник разделяет на субполосные компоненты:  $x_0(n), x_1(n), \dots, x_{N-1}(n)$  и  $d_0(n), d_1(n), \dots, d_{N-1}(n)$ , где  $N$  — число каналов МАФ. Для разделения широкополосных сигналов используются две идентичных друг другу подсистемы фильтров анализа  $H_0(z), H_1(z), \dots, H_{N-1}(z)$ . После обработки подсистемами анализа входной сигнал и обучающая последовательность подвергаются децимации с коэффициентом прореживания  $M$ . Условимся в дальнейших рассуждениях использовать индекс времени  $n$  для сигналов на входе и выходе МАФ, обрабатываемых на более высокой частоте дискретизации, а для внутриканальных сигналов, частота дискретизации которых в  $M$  раз ниже, будем использовать индекс времени  $k$ .

Пусть  $\mathbf{w}_i(k) = [w_{i,0}(k), w_{i,1}(k), \dots, w_{i,L-1}(k)]^T$  — вектор весовых коэффициентов адаптивного фильтра  $i$ -го канала на  $k$ -ой итерации ( $i = 0, N-1$ , символ  $T$  обозначает операцию транспонирования вектора). Здесь  $L$  — порядки внутриканальных адаптивных нерекурсивных фильтров (считаем для упрощения, что все адаптивные фильтры имеют одинаковое число весовых коэффициентов). Тогда операцию свёртки с учётом предварительно выполняемой децимации можно записать в следующей форме:

$$y_{i,D}(k) = \sum_{l=0}^{L-1} w_{i,l}(k) x_{i,D}(k-l) = \mathbf{w}_i^T(k) \mathbf{x}_{i,D}(k), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{x}_{i,D}(k) = \mathbf{x}_i(kM) = [x_i(kM), x_i(kM - M), x_i(kM - (L_{eq} / M - 1)M)]^T \quad (2)$$

— вектор отсчётов входного сигнала адаптивного фильтра, установленного в  $i$ -м канале (то есть, после децимации),  $\mathbf{x}_i(n) = [x_i(n), x_i(n-1), \dots, x_i(n - L_{eq} + 1)]^T$  — вектор отсчётов входного сигнала, поступающего в  $i$ -й канал с выхода подсистемы фильтров анализа (то есть, до децимации). Здесь  $L_{eq}$  — порядок эквивалентного (Под эквивалентно-

стью в данном случае понимается равенство длин импульсных характеристик, воспроизводимых нерекурсивными адаптивными фильтрами. Фильтры считаются эквивалентными, если их импульсные характеристики охватывают равные интервалы времени. При этом порядки фильтров оказываются обратно пропорциональными частоте дискретизации обрабатываемых ими дискретных выборок) одноканального фильтра. Так как частота дискретизации уменьшается в каналах МАФ в  $M$  раз, то во столько же раз прореживаются массивы весовых коэффициентов фильтров:  $L_{eq} = L \cdot M$ .

Данная структура (рис. 1) содержит  $N$  адаптивных фильтров, по одному на каждый канал, настраиваемых независимо друг от друга. Сигнал ошибки, используемый для настройки адаптивного фильтра  $i$ -го канала определяется как  $e_{i,D}(k) = d_{i,D}(k) - \mathbf{w}_i^T(k) \mathbf{x}_{i,D}(k)$ . Выходные сигналы внутриканальных адаптивных фильтров поступают на блок экспандеров, повышающих частоту дискретизации в  $M$  раз, до её прежнего значения, после чего подсистема синтеза, состоящая из фильтров  $G_0(z), G_1(z), \dots, G_{N-1}(z)$ , выполняет объединение  $N$  обработанных независимо друг от друга компонентов в результирующий широкополосный выходной сигнал  $y(n)$ .

В [10, 11] показано, что при использовании полифазных структур для построения подсистем анализа и синтеза объём вычислительных затрат, необходимый для построения многоканального цифрового фильтра, уменьшается примерно в  $M$  раз. Эффекты сокращения вычислительных затрат и улучшения качественных показателей настройки МАФ с независимой обработкой рассмотрены в [12].

Сокращение вычислительных затрат обусловлено двумя факторами. С одной стороны, прореживание входного сигнала по времени позволяет вместо одного адаптивного фильтра высокого порядка использовать набор внутриканальных адаптивных фильтров значительно меньших порядков. С другой стороны, понижение частоты дискретизации обеспечивает возможность снижения частоты обращений к внутриканальным элементам. Как правило, экономия вычислительных затрат, достигаемая в результате

совместного действия этих двух факторов, намного превышает их рост, обусловленный переходом от одноканальной структуры к многоканальной, и дополнительными издержками, связанными с необходимостью введения подсистем анализа и синтеза.

Введём следующие обозначения.  $\mathbf{d}(n) = [d(n), d(n-1), \dots, d(n-L_H+1)]^T$  — вектор отсчётов обучающей последовательности;  $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L_H+1)]^T$  — вектор отсчётов входного сигнала;  $\mathbf{h}_i(n) = [h_0, h_1, \dots, h_{L_H-1}]^T$  — вектор коэффициентов  $i$ -го фильтра анализа,  $L_H$  — порядки фильтров анализа (предполагаем, что все фильтры получены на основе одного общего прототипа и имеют

одинаковые порядки);  $\mathbf{g}_i(n) = [g_0, g_1, \dots, g_{L_G-1}]^T$  — вектор коэффициентов  $i$ -го фильтра синтеза,  $L_G$  — порядки фильтров синтеза (все фильтры синтеза также имеют одинаковые порядки);  $\mathbf{y}_i(n) = [y_i(n), y_i(n-1), \dots, y_i(n-L+1)]^T$  — выходной сигнал  $i$ -го канала. Отсчёты выходного сигнала  $i$ -го канала до и после применения операции интерполяции связывает следующая зависимость:

$$y_i(n) = \begin{cases} y_{i,D}(n/M) & \text{для } n \text{ кратных } M, \\ 0 & \text{для остальных } n. \end{cases}$$

Алгоритм настройки МАФ с независимой обработкой, с учётом введённых обозначений, представлен в таблице 1.

Таблица 1.

Алгоритм настройки МАФ с независимой обработкой в каналах.

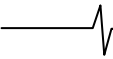
Выполняемые действия	Затраты ( $V/T_s$ )
Операции, выполняемые для отсчётов $n = 0, 1, 2, \dots$ на частоте дискретизации $1/T_s$	
1) Объединение компонентов выходного сигнала подсистемой синтеза:	
$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{g}_i^T \mathbf{y}_i(n)$ .	$\frac{L_G N}{M}$
Операции, выполняемые для отсчётов $n = 0, M, 2M, \dots$ на частоте дискретизации $1/T_s$	
1) Разделение входного и обучающего сигналов на компоненты подсистемы анализа:	
$x_{i,D}(n) = \mathbf{h}_i^T \mathbf{x}(n), i = 0, \dots, N-1,$	$\frac{L_H N}{M}$
$d_{i,D}(n) = \mathbf{h}_i^T \mathbf{d}(n), i = 0, \dots, N-1.$	$\frac{L_H N}{M}$
Операции, выполняемые для отсчётов $k = 0, 1, 2, \dots$ на частоте дискретизации $1/(MT_s)$	
1) Вычисление отсчётов выходных сигналов внутриканальных адаптивных фильтров:	
$y_{i,D}(k) = \mathbf{w}_i^T(k) \mathbf{x}_i(k), i = 0, \dots, N-1.$	$\frac{LN}{M}$
1) Оценка сигналов ошибки:	
$e_{i,D}(k) = d_{i,D}(k) - y_{i,D}(k), i = 0, \dots, N-1.$	—
2) Обновление векторов весовых коэффициентов:	
$\mathbf{w}_i(k+1) = \mathbf{w}_i(k) + \mu_i \frac{\mathbf{x}_i^*(k) e_{i,D}(k)}{\delta + \ \mathbf{x}_i(k)\ ^2}, i = 0, \dots, N-1.$	$\frac{2LN}{M}$
В таблице используются следующие обозначения. $N$ — число каналов МАФ, $\mu_i$ — шаг адаптации фильтра $i$ -го канала, $L = L_{eq}/M$ — число настраиваемых весовых коэффициентов в каждом из внутриканальных адаптивных фильтров, $L_{eq}$ — порядок эквивалентного одноканального адаптивного фильтра, $L_H$ — порядок фильтров подсистемы анализа, $L_G$ — порядок фильтров подсистемы синтеза, $M$ — коэффициент децимации. $V/T_s$ — объём вычислительных затрат, определяемый как среднее число операций комплексного умножения, выполняемых за время $T_s$ , равное шагу дискретизации входного сигнала МАФ. Малая положительная константа $\delta$ вводится, для того чтобы повысить устойчивость алгоритма в случае приёма сигнала малой мощности [2].	

**МАФ с зависимой обработкой в каналах**

Структура МАФ с зависимой обработкой в каналах в упрощённом виде показана на рис. 2. Имеются разные варианты построения таких МАФ. Особенность изображённой на рис. 2 структуры состоит в том, что в ней для формирования выходного сигнала  $y(n)$  не используется подсистема синтеза, а внутриканальные адаптивные фильтры работают на высокой частоте дискретизации. Хотя все адаптивные фильтры работают без понижения

частоты дискретизации, частоту обращения к ним всё же удаётся понизить в  $M$  раз.

Пусть, как и прежде,  $\mathbf{w}(k) = [w_0(k), w_1(k), \dots, w_{L-1}(k)]^T$  — вектор весовых коэффициентов адаптивного фильтра на  $k$ -ой итерации,  $L$  — порядок адаптивного КИХ-фильтра. В отличие от МАФ с независимой обработкой, в структуре, изображённой на рис. 2, во всех каналах используется по сути один и тот же адаптивный фильтр, настраиваемый по единому сигналу ошибки  $e(n)$ , соб-



ранному подсистемой синтеза из внутриканальных сигналов ошибки, вычисленных в отдельных каналах МАФ. Операцию свёртки с учётом предварительно выполняемой децимации можно записать в следующей форме:

$$y_{i,D}(k) = \sum_{l=0}^{L-1} w_{i,l}(k)x_i(kM-l) = \mathbf{w}_i^T(k)\mathbf{x}_i(k), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{x}_i(k) = [x_i(kM), x_i(kM-1), \dots, x_i(kM-M+1), x_i(kM-M), \dots, x_i(kM-L+1)]^T \quad (4)$$

— вектор отсчётов входного сигнала, поступающего в  $i$ -й канал МАФ.

Выражения (3) и (4) отличаются от (1) и (2) тем, что в них не используется прореживание входного сигнала

( $L_{eq} = L$ ). Поэтому полифазный метод построения подсистем анализа для МАФ с зависимой обработкой в каналах применить не удастся. Следовательно, применение таких МАФ не приводит к сокращению объёма вычислительных затрат и обеспечивает преимущество только с позиции улучшения качественных характеристик адаптивного фильтра.

Поскольку адаптивный фильтр настраивается без понижения частоты дискретизации, после завершения процесса настройки подсистемы анализа можно исключить из структуры МАФ, что позволяет повысить точность восстановления сигнала и полностью устранить временную задержку, вносимую в обрабатываемый сигнал подсистемами анализа.

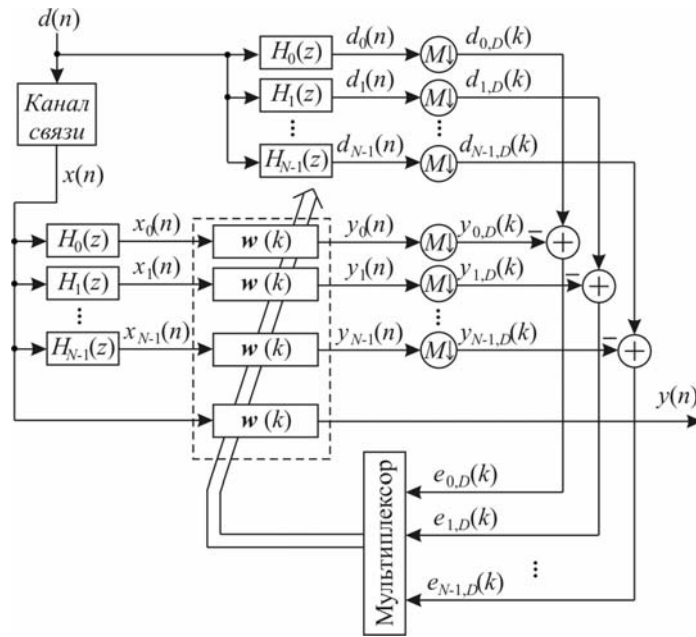


Рис. 2. МАФ с зависимой обработкой в каналах без применения подсистемы синтеза для формирования выходного сигнала

Таблица 2.

Алгоритм настройки МАФ с зависимой обработкой в каналах.

Выполняемые действия	Затраты ( $V/T_s$ )
Операции, выполняемые для отсчётов $n = 0, 1, 2, \dots$ на частоте дискретизации $1/T_s$	
1) Вычисление очередного отсчёта выходного сигнала: $y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)$ .	$L$
2) Разделение входного и обучающего сигналов на компоненты подсистемы анализа: $x_i(n) = \mathbf{h}_i^T \mathbf{x}(n), \quad i = 0, \dots, N-1,$	$L_H N$
$d_i(n) = \mathbf{h}_i^T \mathbf{d}(n), \quad i = 0, \dots, N-1.$	$\frac{L_H N}{M}$
Операции, выполняемые для отсчётов $k = 0, 1, 2, \dots$ на частоте дискретизации $1/(MT_s)$	
1) Оценка сигналов ошибки: $e_{i,D}(k) = d_{i,D}(k) - \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}_i(k),$ $i = 0, \dots, N-1.$	$\frac{LN}{M}$
2) Обновление вектора весовых коэффициентов: $\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \sum_{i=0}^N \frac{\mathbf{x}_i^*(k)e_{i,D}(k)}{\delta + \ \mathbf{x}_i(k)\ ^2}.$	$\frac{2LN}{M}$

В таблице используются следующие обозначения:  $N$  — число каналов МАФ,  $\mu$  — шаг адаптации,  $L$  — число настраиваемых весовых коэффициентов (порядок МАФ),  $L_H$  — порядок фильтров подсистемы анализа,  $L_G$  — порядок фильтров подсистемы синтеза,  $M$  — коэффициент децимации.  $V/T_s$  — объём вычислительных затрат, определяемый как среднее число операций комплексного умножения, выполняемых за время  $T_s$ , равное шагу дискретизации входного сигнала МАФ. Малая положительная константа  $\delta$  вводится для того, чтобы повысить устойчивость алгоритма в случае приёма сигнала малой мощности [2].

### МАФ с динамическим выбором каналов

Замечательным свойством МАФ является возможность организации в них отдельной обработки разных участков спектра входного сигнала. Это позволяет гибко и оперативно формировать структуру МАФ, настраивая её наилучшим образом в соответствии с характеристиками каждого конкретного сеанса связи. Целый ряд возможных подходов к оптимизации структуры МАФ рассмотрен в [13, 14, 15]. В данной статье особое внимание будет уделено эквалайзерам с динамическим выбором каналов (ДКЭ), построенным на основе МАФ.

Получим правила исключения каналов МАФ (*Вывод правил исключения каналов аналогичен рассуждениям статьи [17], хотя в [17] похожее правило выводится для эквалайзера акустических сигналов с вещественными коэффициентами*). Пусть  $\mathbf{w}_0$  — вектор весовых коэффициентов, соответствующий оптимальной настройке адаптивного КИХ-фильтра. И пусть  $\hat{\mathbf{w}}(k) = \mathbf{w}_0 - \mathbf{w}(k)$  — вектор невязки в определении весовых коэффициентов на  $k$ -й итерации. Адаптивный алгоритм сходится, если при переходе к очередной итерации алгоритма убывает средний квадрат невязки.

$$E[\|\hat{\mathbf{w}}(k+1)\|^2] - E[\|\hat{\mathbf{w}}(k)\|^2] < 0. \quad (5)$$

Воспользовавшись правилом обновления вектора весовых коэффициентов из таблицы 2 и предполагая независимость процессов настройки в соседних каналах, как это сделано в [16, 17], получим

$$E[\|\hat{\mathbf{w}}(k+1)\|^2] = E[\|\hat{\mathbf{w}}(k)\|^2] + \mu^2 \sum_{i=0}^{N-1} E\left[\frac{|e_{i,D}(k)|^2}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right] - 2\mu \sum_{i=0}^{N-1} E\left[\frac{\hat{\mathbf{w}}^T(k) \mathbf{x}_i^*(k) e_{i,D}(k)}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right] = E[\|\hat{\mathbf{w}}(k)\|^2] - \Delta,$$

где для упрощения записи символом  $\Delta$  обозначено выражение:

$$\Delta = 2\mu \sum_{i=0}^{N-1} E\left[\frac{\hat{\mathbf{w}}^T(k) \mathbf{x}_i^*(k) e_{i,D}(k)}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right] - \mu^2 \sum_{i=0}^{N-1} E\left[\frac{|e_{i,D}(k)|^2}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right]. \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что алгоритм сходится, если при переходе к очередной итерации алгоритма убывает средний квадрат невязки, то есть если  $\Delta > 0$ . Причём увеличение  $\Delta$  приводит к ускорению процесса настройки алгоритма. Пусть  $v_{i,D}(k)$  — составляющая шума с дисперсией  $|\sigma_{v_{i,D}}|^2$ , поступающая в  $i$ -й канал МАФ.

С учётом того, что

$$e_{i,D}(k) = \hat{\mathbf{w}}^T(k) \mathbf{x}_i(k) + v_{i,D}(k),$$

выражение (6) примет следующий вид:

$$\Delta = \mu(2 - \mu) \sum_{i=0}^{N-1} \left( E\left[\frac{|e_{i,D}(k)|^2}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right] - \frac{2|\sigma_{v_{i,D}}|^2}{2 - \mu} E\left[\frac{1}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right] \right). \quad (7)$$

При этом предполагается, что составляющие аддитивного шума канала связи, попадающие в разные каналы МАФ, не зависят друг от друга и подчиняются гауссовскому закону распределения. Кроме того, аддитивный шум, вносимый каналом связи, считается независимым от передаваемого полезного сигнала  $\mathbf{x}(n)$ , а невязка  $\hat{\mathbf{w}}(k)$  считается независимой от величины аддитивного шума на предыдущей итерации (то есть, от  $v_{i,D}(k-1)$ , где  $i=0, N-1$  — порядковый номер канала МАФ).

В [16] показано, что разброс значений  $\|\mathbf{x}_i(k)\|^2$ , проявляющийся в процессе настройки адаптивного фильтра высокого порядка, на интервале нескольких последовательно взятых итераций в большинстве практических приложений оказывается настолько мал, что им можно пренебречь. Поэтому, следуя рассуждениям [16], будем считать, что

$$E\left[\frac{|e_{i,D}(k)|^2}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right] \approx \frac{E[|e_{i,D}(k)|^2]}{E[\|\mathbf{x}_i(k)\|^2]}$$

и

$$E\left[\frac{1}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2}\right] \approx \frac{1}{E[\|\mathbf{x}_i(k)\|^2]}.$$

Тогда выражение  $\Delta$ , записанное ранее в форме (7), можно заменить его приближённой оценкой:

$$\hat{\Delta} = \mu(2 - \mu) \sum_{i=0}^{N-1} \left( \frac{E[|e_{i,D}(k)|^2] - \frac{2|\sigma_{v_{i,D}}|^2}{2 - \mu}}{E[\|\mathbf{x}_i(k)\|^2]} \right). \quad (8)$$

Если  $0 < \mu < 2$ , то постоянный коэффициент  $\mu(2 - \mu)$  всегда положителен. И, как следует из (8), при выполнении условия

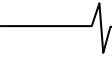
$$E[|e_{i,D}(k)|^2] > 2|\sigma_{v_{i,D}}|^2 / (2 - \mu),$$

$i$ -й канал МАФ способствует увеличению величины  $\hat{\Delta}$ , а при выполнении обратного ему условия

$$E[|e_{i,D}(k)|^2] < 2|\sigma_{v_{i,D}}|^2 / (2 - \mu),$$

$i$ -й канал МАФ способствует уменьшению величины  $\hat{\Delta}$ . Поэтому с целью ускорения процесса настройки адаптивного фильтра имеет смысл отключать каналы, влияние которых на  $k$ -й итерации не приводит к уменьшению среднего квадрата невязки  $\hat{\mathbf{w}}(k)$ , проводя настройку только в тех каналах структуры МАФ, для которых выполняется условие

$$E[|e_{i,D}(k)|^2] > 2|\sigma_{v_{i,D}}|^2 / (2 - \mu).$$



Поскольку величину математического ожидания невозможно определить по результату одного отдельного измерения, то в последнем неравенстве имеет смысл воспользоваться приближённой заменой:

$$E\left[|e_{i,D}(k)|^2\right] \approx |e_{i,D}(k)|^2.$$

Величина аддитивного шума на выходе канала связи в большинстве практических приложений оценивается на интервале специально предусмотренных пауз, когда передача полезных сигналов прекращается, или в рабочем режиме на основе какой-либо из множества широко известных специальных методик.

Введём несколько обозначений. Пусть на  $k$ -й итерации выбрано  $N(k)$  каналов МАФ. Обозначим всё множество выбранных каналов

$$\Xi_{N(k)} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N(k)}\}$$

Элементами  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N(k)}$  данного множества являются порядковые номера выбранных каналов МАФ на  $k$ -й итерации.

Теперь, с учётом введённых обозначений, предлагаемый алгоритм настройки вектора весовых коэффициентов комплексного ДКЭ запишется в следующей аналитической форме:

$$\mathbf{w}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{w}(k) + \mu \sum_{i=0}^{N(k)} \frac{\mathbf{x}_{\xi_i}^*(k) e_{\xi_i,D}(k)}{\|\mathbf{x}_{\xi_i}(k)\|^2}, & N(k) > 0, \\ \mathbf{w}(k), & N(k) = 0, \end{cases} \quad (9,a)$$

где  $\Xi_{N(k)} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N(k)}\}$  — множество каналов МАФ, для которых выполняется неравенство

$$|e_{\xi_i,D}(k)|^2 > \frac{2|\sigma_{v_{\xi_i,D}}|^2}{2 - \mu}. \quad (9,b)$$

Условия (9) позволяют ввести новый алгоритм настройки МАФ с зависимой обработкой в каналах. Этот алгоритм полностью аналогичен приведённому в таблице 2 и отличается только тем, что в структуре, показанной на рис. 2, используются не все  $N$ , а лишь  $N(k)$  каналов. Причём количество и порядковые номера выбранных каналов определяются на каждой очередной итерации  $k$ .

Для МАФ с независимой обработкой нетрудно получить условия, аналогичные условиям (9):

$$\mathbf{w}_{\xi_i}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{w}_{\xi_i}(k) + \mu_{\xi_i} \frac{\mathbf{x}_{\xi_i}^*(k) e_{\xi_i,D}(k)}{\|\mathbf{x}_{\xi_i}(k)\|^2}, & N(k) > 0, \\ \mathbf{w}_{\xi_i}(k), & N(k) = 0, \end{cases} \quad (10,a)$$

где  $\Xi_{N(k)} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N(k)}\}$  — множество каналов МАФ, для которых выполняется неравенство

$$|e_{\xi_i,D}(k)|^2 > \frac{2|\sigma_{v_{\xi_i,D}}|^2}{2 - \mu_{\xi_i}}. \quad (10,b)$$

В правилах исключения каналов (9,б) и (10,б) используется оценка мгновенного значения ошибки. Можно предложить алгоритмы, исключающие каналы МАФ на основе усреднённой оценки.

Для МАФ с зависимой обработкой в каналах получаем на основе (9) следующие правила исключения:

$$\mathbf{w}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{w}(k) + \mu \sum_{i=0}^{N(k)} \frac{\mathbf{x}_{\xi_i}^*(k) e_{\xi_i,D}(k)}{\|\mathbf{x}_{\xi_i}(k)\|^2}, & N(k) > 0, \\ \mathbf{w}(k), & N(k) = 0, \end{cases} \quad (11,a)$$

где  $\Xi_{N(k)} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N(k)}\}$  — множество каналов МАФ, для которых выполняется неравенство

$$\sum_{\kappa=k-K+1}^k |e_{\xi_i,D}(k)|^2 > \frac{2K\beta|\sigma_{v_{\xi_i,D}}|^2}{2 - \mu}, \quad (11,b)$$

где  $\beta$  — положительный коэффициент относительного повышения порога (выбирается произвольно),  $K$  — интервал усреднения.

Для МАФ с независимой обработкой в каналах получаем на основе (10) следующие правила исключения:

$$\mathbf{w}_{\xi_i}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{w}_{\xi_i}(k) + \mu_{\xi_i} \frac{\mathbf{x}_{\xi_i}^*(k) e_{\xi_i,D}(k)}{\|\mathbf{x}_{\xi_i}(k)\|^2}, & N(k) > 0, \\ \mathbf{w}_{\xi_i}(k), & N(k) = 0, \end{cases} \quad (12,a)$$

где  $\Xi_{N(k)} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N(k)}\}$  — множество каналов МАФ, для которых выполняется неравенство

$$\sum_{\kappa=k-K+1}^k |e_{\xi_i,D}(k)|^2 > \frac{2K\beta|\sigma_{v_{\xi_i,D}}|^2}{2 - \mu_{\xi_i}}. \quad (12,b)$$

### Результаты компьютерного моделирования

Для эксперимента была выбрана модель, аналогичная предложенной в [18]: 4-позиционная относительная фазовая манипуляция (QPSK) с использованием кода Грея, скорость передачи равна 10 Мбит/с. Фильтрация импульсов осуществляется на приёмной и передающей сторонах цифровым фильтром с характеристикой типа «приподнятый косинус», нормированной на квадратный корень, и коэффициентом спада, равным 0,23. Как и в [18], при модуляции используется одна несущая частота, но обработка сигнала осуществляется во временной области (без вычисления спектра при помощи преобразования Фурье). Предполагается, что настройка происходит по известному в приёмнике эталонному сигналу, поэтому пилот-сигналы в модели отсутствуют.

В качестве модели канала связи была выбрана стационарная модель многолучевого распространения радиосигнала в среде городского типа, описанная в [18, 19]. Параметры такого канала приводятся ниже в табличной форме (таблица 3).

Таблица 3.

Параметры модели многолучевого канала связи [18, 19] (указаны мощности лучей и соответствующие им задержки)

Мощность луча, дБ	0 0,01 0,03 0,36 0,37 0,385 0,25 0,26 0,28 1,04 1,045 1,065 2,73 2,74 2,76 4,6 4,61 4,625
Задержка, мкс	3,00 5,22 6,98 5,22 7,44 9,19 4,72 6,94 8,69 8,19 10,41 12,17 12,05 14,27 16,03 15,50 17,72 19,48

Все эксперименты проводились для 16-канальных комплексных адаптивных фильтров ( $N = 16$ ) с 14-кратным понижением частоты дискретизации ( $M = 14$ ). Для обеспечения равной точности настройки в установленном режиме при моделировании для всех адаптивных фильтров был задан один и тот же эквивалентный порядок:  $L_{eq} = 512$ . Система анализа-синтеза строилась по методике, предложенной в [20]: 16-канальное разделение сигналов ( $N = 16$ ) с 14-кратным понижением частоты дискретизации ( $M = 14$ ).

При моделировании на выходе канала связи к полезному сигналу добавлялся аддитивный белый гауссовский шум. Отношение сигнал-шум на выходе канала связи равнялось 30 дБ. О скорости и точности настройки эквалайзеров на основе МАФ с зависимой и с независимой обработкой можно судить по обучающим кривым, показанным на рис. 3.

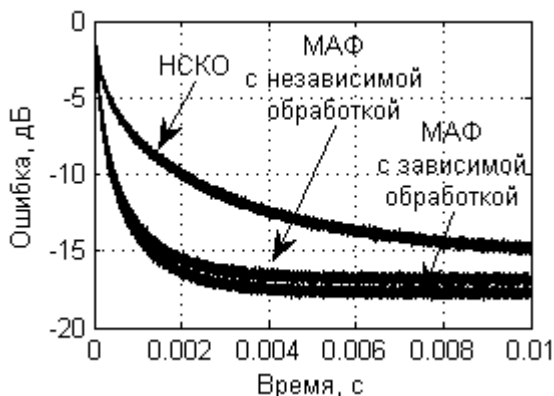


Рис. 3. Обучающие кривые эквалайзеров, построенных на основе МАФ, в сравнении с одноканальным эквалайзером, построенным на основе классического алгоритма НСКО

Введение операции исключения каналов по правилам, приведённым в предыдущем разделе, практически не влияет на точность и скорость настройки эквалайзеров. По крайней мере, если какие-либо различия в скорости и точности настройки существуют, то они настолько малы, что по графикам их выявить не удаётся.

В случае исключения каналов по методике, основанной на мгновенном оценивании ошибки, то есть в соответствии с правилами (9) и (10), число используемых каналов  $N(k)$  при указанных выше условиях проведения экспериментов составляло в среднем 13,2 (рис. 4).

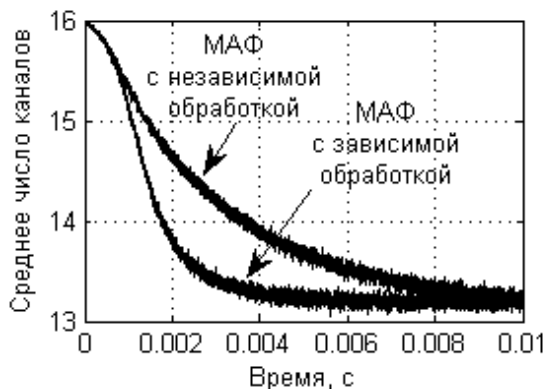


Рис. 4. Среднее число каналов, выбранное МАФ на основе мгновенного оценивания ошибки

Для сравнения на этом же графике показана обучающая кривая одноканального эквалайзера, в котором адаптация выполняется на основе классического алгоритма НСКО (графики, представленные на рис. 3 – 5, получены путём усреднения результатов, собранных по 1500 экспериментам).

При исключении каналов по усреднённой оценке математического ожидания сигнала ошибки, то есть в соответствии с правилами (11) и (12), число используемых каналов  $N(k)$  спадало так, как это показано на рис. 5.

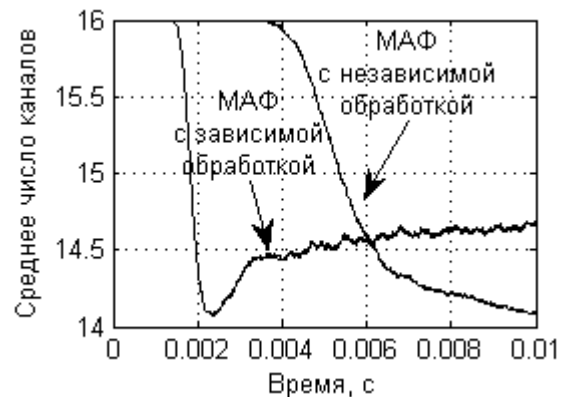


Рис. 5. Среднее число каналов, выбранное МАФ с усреднённой оценкой математического ожидания сигнала ошибки (интервал усреднения  $K = 320$ ,  $\beta = 2$ )

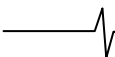
Не трудно оценить затраты на реализацию адаптивных алгоритмов. Эквалайзер на основе алгоритма МАФ с независимой обработкой требует  $V/T_s = 3N/M \cdot (L_H + L_{eq}/M) = 400$  умножений на каждый отсчёт входного сигнала, а эквалайзер на основе МАФ с зависимой обработкой требует  $V/T_s = (N+N/M) L_H + (1 + 3N/M) L_{eq} = 3639$  умножений на отсчёт. При расчётах для определённости предполагается, что  $L_H = 80$ .

Для сравнения, эквалайзеру, используемому для настройки стандартный алгоритм НМНК, необходимо  $3 \cdot 512 = 1536$  умножений.

При использовании МАФ с самоорганизующейся структурой вычислительные затраты на реализацию эквалайзеров сокращаются. ДКЭ на основе алгоритма МАФ с независимой обработкой требует  $V/T_s = N/M \cdot (3L_H + L_{eq}/M) + N(k)L_{eq}/M^2 = 316 \dots 400$  умножений на отсчёт, а ДКЭ на основе алгоритма МАФ с зависимой обработкой требует  $V/T_s = (N+N/M) L_H + (1 + N/M) L_{eq} + 2N(k)L_{eq}/M = 2469 \dots 3639$  умножений на отсчёт.

## Выводы

Использование методов самоорганизации в алгоритмах настройки МАФ позволяет существенно снизить вычислительные затраты на их реализацию и создаёт возможность повышения эффективности работы эквалайзеров при ограничениях, накладываемых производительностью выбранной элементной базы. Применение ДКЭ на основе МАФ с зависимой обработкой в каналах более выгодно, чем на основе МАФ с независимой обработкой, с точки зрения повышения качественных характеристик процесса настройки. Кроме того, ДКЭ на основе МАФ с зависимой обработкой не вносят допол-



нительной задержки в обработку сигнала. Применение ДКЭ на основе МАФ с независимой обработкой позволяет значительно снизить вычислительные затраты, что часто оказывается намного более важным преимуществом, чем повышение качества настройки.

#### Литература

1. Falconer D., Ariyavisitakul S.L., Benyamin-Seeyar A., Eidson B. Frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless systems // IEEE Communications Magazine. 2002. – № 4. – pp. 58-66.
2. Певзнер Л.Д., Чураков Е.П. Математические основы теории систем: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2009. – 503 с.
3. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов / Пер с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
4. Уидроу Б. и др. Комплексная форма алгоритма НСКО // ТИИЭР. 1975. – № 3. – С. 49 – 51.
5. Коуэн К.Ф., Грант П.М. Адаптивные фильтры / Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 392 с.
6. Nagumo J.I., Noda A. A learning method for system identification // IEEE Transactions on autom. control. 1967. – Vol. AC-12. – pp. 282 – 287.
7. Albert A.E. and Gardner L.S., JR. Stochastic Approximation and Nonlinear Regression – MA: Cambridge, MIT Press, 1967.
8. Haykin S., Adaptive filter theory, 4th ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002. – 936 с.
9. Sayed A.H., Fundamentals of adaptive filtering. – New York: Wiley, 2003.
10. Crochiere R.E., Rabiner L.R. Multirate digital signal processing. – NJ: Prentice-Hall, 1983. – 411 с.
11. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993. – 240 с.
12. Линович А.Ю. Применение методов частотно-временной декомпозиции при решении задачи обратного моделирования // Цифровая обработка сигналов. 2005. – № 3. – С. 28 – 37.
13. Vityazev V.V., Linovich A.J. Flexible time-frequency decomposition in subband equalization // 17th Telecommunications forum "TELFOR 2009", Serbia, Belgrade. – November 24-26, 2009. – pp. 540-543.
14. Линович А.Ю. Эквалайзер с адаптивной многоканальной структурой // 12-я международная конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и ее применение», Москва. – Март, 2010 – М: Тез. докл. Т.1.
15. Vityazev V.V., Linovich A.Y. A subband equalizer with the flexible structure of the analysis/synthesis subsystem // Proc. 2010 IEEE Region 8 International Conference on Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering "SIBIRCON-2010," vol. 1, Irkutsk – Listvyanka, Russia. – July 11–15, 2010. – pp. 174–178.
16. Lee K.A., Gan W.S. Improving convergence of the NLMS algorithm using constrained subband updates // IEEE signal processing letters. 2004. – № 9. – pp. 736 – 739.
17. Kim S.E., Choi Y.S., Song M.K., Song W.J. A subband adaptive filtering algorithm employing dynamic selection of subband filters // IEEE signal processing letters. 2010. – № 3. – pp. 245 – 248.
18. Ng B., Lam C.T., Falconer D. Turbo frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless systems // IEEE transactions on wireless communications. 2007 – № 2. – pp. 759 – 767.
19. Auer G., et al. Assessment of radio-link technologies // WINNER Deliverable D2.3 (section 3.1). Feb. 2005. – Available: [https://www.istwinner.org/Deliverable Documents/D2-3.pdf](https://www.istwinner.org/Deliverable_Documents/D2-3.pdf).
20. Harteneck M., Weiss S., Stewart R.W. Design of near perfect reconstruction oversampled filter banks for subband adaptive filters // IEEE transactions on circuits and systems II. 1999. – № 8. – pp. 1081 – 1086.

### METHODS OF MULTIRATE SIGNAL PROCESSING IN SUBBAND ADAPTIVE FILTERS WITH THE SELF-ORGANIZING STRUCTURES: EQUALIZERS WITH DYNAMIC CHANNEL SELECTION

*Linovich A.Y.*

Adaptive algorithms for the self-organizing subband equalizers are proposed. Simulation results demonstrating their performance in the wideband communication equipment are supplied. The series of advantages and drawbacks of all described multi-channel structures are considered. Many different details for this way of equalizing in wireless communications are discussed.

**Работа проводилась при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям.  
Госконтракт № 02.740.0002.**