УДК 621.391.2

ПОГРЕШНОСТЬ ФАЗОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ НА ПОДНЕСУЩЕЙ

***Немыкин А.А.,** аспирант Московского технического университета связи и информатики, **mtuci@mtuci.info**,*
***Научный руководитель - Строганова Е.П.,** к.т.н., доцент Московского технического университета связи и информатики*

Рассмотрены точностные характеристики оценки фазы гармонического колебания, модулирующего амплитуду сигнала, в условиях помех при переходе к измерениям на поднесущей. Выявлено, что удовлетворительная точность цифровых фазовых измерений на поднесущей может быть обеспечена лишь при достаточно больших значениях отношения сигнал/помеха и глубины модуляции амплитудно-модулированного сигнала.

Ключевые слова: радиостанция, фазовые измерения, цифровая передача данных, точностные характеристики, гармонические сигналы.

При введении режима цифровой передачи данных в процессе модернизации существующих связных радиостанций обычно используется фазовая (ФМ) либо частотная (ЧМ) манипуляции на поднесущей, осуществляемые в каналах тональной частоты (ТЧ) радиостанций. В угломерных радионавигационных системах из соображений снижения требований к быстродействию измерительного устройства часто в качестве информативного параметра используется фаза гармонического колебания, модулирующего амплитуду сигнала [1].

Представляет интерес определить дополнительную погрешность оценки наиболее часто используемого информативного параметра - фазы при переходе от измерений на несущей к измерениям на поднесущей. При этом с учетом имеющей место тенденции перехода к цифровым методам обработки рассмотрение проведем применительно к цифровому фазоизмерительному устройству.

При цифровых методах измерения фазы гармонического сигнала в условиях помех в качестве эквивалента мгновенной фазы обычно используется выраженный в угловой мере интервал между «нулевыми» переходами смеси и опорного колебания. Сравнение статистических характеристик такого эквивалента фазы со статистическими характеристиками фазы проводилось в работах [2] и [3], где было показано, что для достаточно узкополосного процесса эти характеристики близки.

В принципе процедура обработки, аналогичная описанная выше, может быть применена и в случае, когда полезная информация заключена не в фазе несущей, а в фазе гармонического колебания, модулирующего амплитуду сигнала (как это имеет место, например, в угломерных радионавигационных системах). При этом для извлечения информации о фазе модулирующей функции могут быть использованы переходы огибающей смеси через средний уровень. Чтобы оценить характеристики такой процедуры при измерения фазы модулирующего колебания, рассмотрим дифференциальную вероятность указанных переходов как функцию интервала между ними и «нулями» опорного колебания и сравним полученное распределение с распределением фазы аддитивной смеси гармонического сигнала и помехи. Для смеси АМ-сигнала вида

$$s(t) = A(t)\sin\, \omega_0 t\,, \tag{1}$$

где $A(t) = A_c a(t),\ a(t) = 1 + M\sin\left(\Omega t - \varphi_0\right)$,
и гауссовой помехи с дисперсией σ^2 и эффективной шириной спектра $\delta\Omega$ интересующая нас дифференциальная вероятность может быть определена из следующего соотношения [4]:

$$W_н\left(r_0, t\right) = \int_0^\infty \dot{r} W_2\left(r, \dot{r}, t\right)\Big|_{r=r_0} d\dot{r}\,, \tag{2}$$

где

$$W_2\left(r, \dot{r}, t\right) = \frac{r}{\sigma^2}\exp\left[-\frac{r^2 + A^2(t)}{2\sigma^2}\right] l_0\left[\frac{rA(t)}{\sigma^2}\right]\frac{1}{\sigma\delta\Omega\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\dot{r}^2}{2\sigma^2\left(\delta\Omega\right)^2}\right] \tag{3}$$

совместная функция распределения огибающей и ее производной в совпадающие моменты времени

$$r_0 = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \overline{{}_1F_1\left[-\frac{1}{2}, 1, -\frac{A^2(t)}{2\sigma^2}\right]} \tag{4}$$

средний уровень огибающей смеси,

$${}_1F_1\left(-\frac{1}{2}, 1, -z\right) = e^{-\frac{z}{2}}\left[(1+z)I_0\left(\frac{z}{2}\right) + zI_1\left(\frac{z}{2}\right)\right]$$ -

вырожденная гипергеометрическая функция, $I_0(x)$ и $I_1(x)$ - функции Бесселя нулевого и первого порядков.

Производя в (2) интегрирование и выражая в угловой мере временные интервалы между указанными переходами огибающей смеси и «нулями» опорного колебания $\sin\,\Omega t$, то есть производя замену переменных $\Omega t = \varphi$, получим

$$W_н(\varphi) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\delta\Omega}{\Omega}\right)\upsilon\exp\left(-\frac{1}{2}\left\{\upsilon^2 + s^2\left[1 + m\sin\left(\varphi - \varphi_0\right)\right]^2\right\}\right)\cdot\, , \tag{5}$$
$$I_0\left\{\upsilon s\left[1 + M\sin\left(\varphi - \varphi_0\right)\right]\right\}$$

где $\upsilon = \dfrac{r_0}{\sigma} = \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\ \overline{{}_1F_1\left[-\dfrac{1}{2}, 1, -\dfrac{s^2}{2}a^2(t)\right]}\quad ,\quad s = \dfrac{A_c}{\sigma}$. (6)

Анализ выражения (5) показывает, что максимум и «центр тяжести» функции $W_н(\varphi)$ смещены относительно измеряемой фазы φ_0. Физически появление смещения обусловлено несимметричным характером флюктуации огибающей смеси сигнала и помехи, следствием которого является различие средних уровней огибающей смеси и чистого сигнала. Указанное различие уровней и приводит к асимметрии дифференциальной вероятности переходов огибающей через средний уровень. Степень асимметрии, очевидно, должна уменьшаться с увеличением отношения сигнал/шум, что и следует из анализа выражения (5).

Рассмотрим подробнее наиболее интересный для практики случай сильного сигнала ($s >> 1$), когда эта асимметрия сравнительно невелика. Учитывая, что при $s >> 1$

$$\Delta = \frac{\upsilon}{s} - 1 << 1,$$

в (5) можно воспользоваться асимптотическим приближением для $I_0(x)$ при больших значениях аргумента. При этом, если ограничиться рассмотрением небольших значений φ - φ_0 вблизи главного «пика» $W_н(\varphi)$, то есть исключить из рассмотрения «хвосты» функции и ввести нормирующий множитель

$$k_н = \frac{1}{\int\limits_{\varphi} W_н(\varphi) d\varphi} \cong \sqrt{2\pi}\ \frac{\Omega}{\delta\Omega} sM, \quad (7)$$

приближенное выражение для нормированной дифференциальной вероятности в соответствии с (5) будет иметь вид

$$W_{н.норм.}(\varphi) = k_н W_н(\varphi) \cong \frac{sM}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(sM)^2 \left(\varphi - \varphi_0 - \frac{\Delta}{M}\right)^2}{2} \right], \ s >> 1. \quad (8)$$

Функция (8), так же как и функция распределения фазы аддитивной смеси гармонического сигнала и гауссовой помехи, полученная при аналогичных допущениях [3]

$$W(\varphi) \cong \frac{s}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{s^2}{2} (\varphi - \varphi_0)^2 \right], \quad s >> 1, \quad (9)$$

соответствует нормальному закону и отличается величиной дисперсии, которая в рассматриваемом случае равна

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{1}{(sM)^2}, \quad (10)$$

и, что наиболее существенно, наличием смещения

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\Delta}{M}. \quad (11)$$

Последнее приводит к смещению оценки фазы φ_0, производимой, например, по методу максимума правдоподобия с использованием в качестве эквивалента распределения фазы функции (8).

На рис. 1 приведена зависимость смещения (11) от отношения сигнал/помеха $q = 2/\sqrt{2}$ при нескольких значениях коэффициента модуляции M.

Как видим, удовлетворительная точность цифровых фазовых измерений на поднесущей с использованием переходов огибающей смеси сигнала и помехи через средний уровень может быть обеспечена лишь при отношении сигнал/помеха $q \geq 5$ - 6 и глубине модуляции АМ-сигнала $M \geq 0{,}5$.

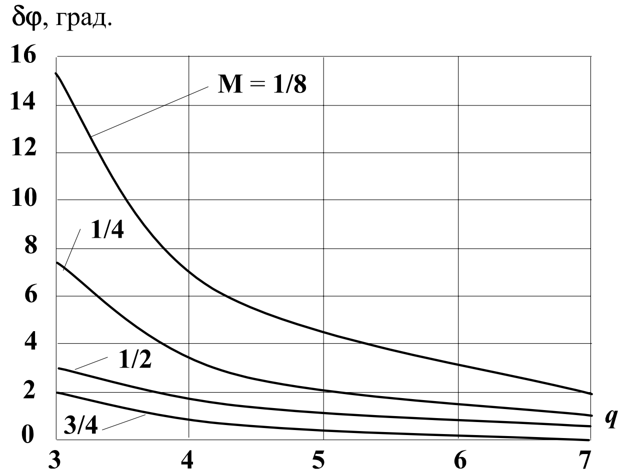

Рис. 1.

Заметим, что смещение оценки является следствием нелинейной последетекторной обработки, имеющей место при рассматриваемом методе измерения фазы и заключающейся в фиксации переходов огибающей смеси через средний уровень. Смещение оценки будет отсутствовать при использовании корреляционной последетекторной обработки, предполагающей синхронное детектирование огибающей входной смеси, поскольку в этом случае изменение среднего уровня огибающей за счет действия помехи не влияет на результаты измерения.

Литература

1. Пестряков В.Б. Радионавигационные угломерные системы. - М.: Госэнергоиздат, 1955.
2. Коровин Ю.К., Лутченко А.Е. Распределение нулей узкополосного случайного процесса //Вопросы радиоэлектроники, серия XII, вып. 13, 1963.
3. Рубцов В.Д. О статистических характеристиках «нулей» и фазы узкополосного процесса //Вопросы радиоэлектроники, серия ОГ, вып. 15, 1970.
4. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Советское радио, 1966.

PHASE ERROR IN SUBCARRIER MEASUREMENT

Nemykin A.A., Stroganova E.P.

Considers the accuracy characteristics of assessment of the most frequently used information parameter - phase in the transition to measurement on the subcarrier in the application of digital phase- measurement devices. as The phase equivalent in digital phase measure devices is usually used expressed in angular measure the interval between transitions of the envelope of a mixture of signal and noise through the average level. It's ascertained that the digital phase measurements at the subcarrier satisfactory accuracy can be achieved only with large values of signal-to-noise ratio and amplitude-modulated signal modulation rate.