

УДК 621.391.01

РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ИТЕРАТИВНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ БЛОКОВЫХ ТУРБО-КОДОВ

Головкин И. В., аспирант ФИРЭ им. В.А.Котельникова РАН

Назаров Л. Е., д.ф.-м.н., в.н.с. Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (Фрязинский филиал), nazarov@ire.rssi.ru

Ключевые слова: декодирование, турбо-код, алгоритм, протокол, передача информации, апостериорная вероятность, итерация, интегральная схема.

Введение

В общем множестве кодовых конструкций под общим названием "турбо-коды" выделяется класс блочных турбо-кодов [1]. Данные турбо-коды являются базовыми для ряда интернациональных протоколов передачи информации [1], например, для протоколов IESS-15, IESS-315, IESS-316e, разработанных для спутниковой системы связи Intelsat, а также в виде опционального применения в протоколе IEEE 802.16, разработанного для высокоскоростных беспроводных широкополосных сетей передачи в городских сетях.

Широкое применение блочных турбо-кодов в системах связи различного назначения определяет интерес исследователей к разработке эффективных алгоритмов декодирования и их реализации средствами цифровой вычислительной техники.

В работе [2] рассмотрены особенности реализации алгоритма декодирования блочных турбо-кодов средствами цифровых сигнальных процессоров (ЦСП) с использованием формата чисел с плавающей запятой. Основу данного алгоритма составляет алгоритм оптимального вычисления апостериорных символьных вероятностей.

В данной статье рассматривается вторая процедура декодирования блочных турбо-кодов, ориентированная на реализацию средствами программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) с использованием формата целых чисел. Основу данной процедуры составляет алгоритм подоптимального вычисления апостериорных символьных вероятностей.

По отношению к первой процедуре декодирования рассматриваемая процедура характеризуется меньшей эффективностью – энергетические потери достигают 0.4 дБ при наличии в канале аддитивного белого гауссовского шума. Для канала с Релеевскими замираниями потери более значительны и достигают 1.5 дБ. Вместе с тем устройства кодирования и декодирования на основе ПЛИС обеспечивают существенно большие скорости передачи, что определяет перспективность использования рассматриваемой процедуры декодирования в высокоскоростных системах связи.

Рассмотрены алгоритмы итеративного декодирования блочных турбо-кодов средствами ПЛИС с использованием формата целых чисел, обеспечивающие существенно большие скорости передачи информации. Основу алгоритмов составляет подоптимальное вычисление символьных апостериорных вероятностей с базовыми операциями "сложение-вычитание-сравнение". Для ряда блочных турбо-кодов приведены характеристики реализованных декодеров средствами ПЛИС с различной степенью параллельности.

Постановка задачи

Будем использовать обозначения, введенные в работе [2]: $C_1(n_1, k_1)$, $C_2(n_2, k_2)$ - составляющие двоичные блочные коды в систематическом виде, кодовые слова которых являются соответственно строками и столбцами двумерной матрицы размером $n_1 \times n_2$. Двумерная матрица эквивалентна кодовым словам блочного турбо-кода с параметрами $n = n_1 \cdot n_2$, $k = k_1 \cdot k_2$, $R = k/n$. Здесь n , k , R - длительность кодовых слов, размерность кода и кодовая скорость.

Пусть $\vec{A} = (a_{ij}; 0 \leq i < k_1; 0 \leq j < k_2)$ - последовательность информационных символов, образующих матрицу в составе двумерной матрицы $\vec{B} = (b_{ij}; 0 \leq i < n_1; 0 \leq j < n_2)$ блочного турбо-кода; $\vec{Y} = (y_{ij}; 0 \leq i < n_1; 0 \leq j < n_2)$ - реализация с выхода демодулятора сигналов;

$$L(y_{ij}|b_{ij}) = \ln \left(\frac{p(y_{ij}|b_{ij}=0)}{p(y_{ij}|b_{ij}=1)} \right) - \text{отношение правдоподобия}$$

условных плотностей вероятностей отсчетов y_{ij} ;

$$L(b_{ij}) = \ln \left(\frac{\Pr(b_{ij}=0)}{\Pr(b_{ij}=1)} \right) - \text{отношение априорных}$$

символьных вероятностей. Функция правдоподобия $p(\vec{Y}|\vec{B})$ полагается известной, используется канал передачи без памяти, передаваемые кодовые слова равновероятны.

В работе [2] приведено описание двухэтапной процедуры итеративного декодирования блочных турбо-кодов. На первом этапе m -ой итерации вычисляются приращение отношений апостериорных вероятностей $L^{(1,m)}(b_{ij}|\vec{Y}_i^{(1)}, L^{(2,m)}(b_{ij}))$ для кодовых символов b_{ij} , $j = 0, 1, \dots, n_1 - 1$ для i -го кодового слова $\vec{B}_i^{(1)}$ составляющего блочного кода C_1

$$L^{(1,m)}(b_{ij}) = L^{(1,m)}(b_{ij}|\vec{Y}_i^{(1)}, L^{(2,m)}(b_{ij})) - (L(y_{ij}|b_{ij}) + L^{(2,m)}(b_{ij})). \quad (1)$$

Здесь

$$L^{(1,m)}(b_{ij}|\bar{Y}_i^{(1)}, L^{(2,m)}(b_{ij})) = \ln \left(\frac{\Pr(b_{ij} = 0|\bar{Y}_i^{(1)}, L^{(2,m)}(b_{ij}))}{\Pr(b_{ij} = 1|\bar{Y}_i^{(1)}, L^{(2,m)}(b_{ij}))} \right);$$

$\bar{Y}_i^{(1)}$ - реализация в составе \bar{Y} , соответствующая кодовому слову $\bar{B}_i^{(1)}$. Для первой итерации ($m=1$) верно условие $L^{(2,1)}(b_{i,j}) = L(b_{i,j})$.

На втором этапе m -ой итерации подобные вычисления производятся для вычисления приращения апостериорных символьных вероятностей кодовых слов $\bar{B}_j^{(2)}$ кода C_2

$$L^{(2,m)}(b_{ij}) = L^{(2,m)}(b_{ij}|\bar{Y}_j^{(2)}, L^{(1,m)}(b_{ij})) - (L(y_{ij}|b_{ij}) + L^{(1,m)}(b_{ij})). \quad (2)$$

Величины $L^{(2,m)}(b_{ij})$ используются в качестве априорной символьной информации для первого этапа последующей ($m+1$ -ой) итерации, то есть $L^{(1,m+1)}(b_{ij}) = L^{(2,m)}(b_{ij})$.

На последней итерации принимаются решения относительно кодовых символов b_{ij} : если $L^{(2,m)}(b_{ij}|\bar{Y}_i^{(2)}, L^{(1,m)}(b_{ij})) > 0$, принимается решение $b_{ij} = 0$, в противном случае $b_{ij} = 1$.

Ниже приведена процедура вычисления величин $L(b_{ij}|\bar{Y}, L(b_{ij}))$, ориентированная на реализацию средствами ПЛИС с использованием формата целых чисел.

Алгоритм вычисления отношения апостериорных символьных вероятностей

Точное выражение для отношения апостериорных символьных вероятностей $L(b_i|\bar{Y}, L(b_i))$ блочного кода с параметрами (n, k) имеет вид

$$L(b_i|\bar{Y}, L(b_i)) = \ln \left(\frac{\sum_{\bar{B}_m: b_{im}=0} p(\bar{Y}|\bar{B}_m) \Pr(\bar{B}_m)}{\sum_{\bar{B}_m: b_{im}=1} p(\bar{Y}|\bar{B}_m) \Pr(\bar{B}_m)} \right). \quad (3)$$

Рассматриваемый алгоритм подоптимальной оценки $L(b_i|\bar{Y}, L(b_i))$ основан на приближении к (3), полученном в [3]

$$L(b_i|\bar{Y}, L(b_i)) = \ln \left(\frac{\max_{\bar{B}_m: b_{im}=0} \{p(\bar{Y}|\bar{B}_m) \Pr(\bar{B}_m)\}}{\max_{\bar{B}_m: b_{im}=1} \{p(\bar{Y}|\bar{B}_m) \Pr(\bar{B}_m)\}} \right). \quad (4)$$

Пусть условия

$$\max_{\bar{B}_m: b_{im}=0} \{p(\bar{Y}|\bar{B}_m) \Pr(\bar{B}_m)\}, \max_{\bar{B}_m: b_{im}=1} \{p(\bar{Y}|\bar{B}_m) \Pr(\bar{B}_m)\}$$

справедливы для кодовых слов $\bar{B}_h(i)$ и $\bar{B}_l(i)$ соответственно. Для канала с аддитивным белым гауссовским шумом и при условии равновероятности кодовых слов соотношение (4) имеет вид [3]

$$L(b_i|\bar{Y}, L(b_i)) = C \cdot \left(y_i + \sum_{t=1, t \neq i}^n y_t \cdot (-1)^{b_t} \cdot d_t \right). \quad (5)$$

Здесь $d_t = 0$, если $b_{h,t} = b_{l,t}$ и $d_t = 1$ в противном случае, C - энергетический параметр, постоянный для всех кодовых слов.

В соответствии с формализмом итеративного декодирования второе слагаемое в (5) эквивалентно приращению отношений апостериорных символьных вероят-

ностей $L^{(1,m)}(b_{ij}), L^{(2,m)}(b_{ij})$, задаваемых соотношениями (1), (2) для составляющих кодов C_1 и C_2 .

Процедура поиска кодовых векторов $\bar{B}_h(i)$ и $\bar{B}_l(i)$, $i = 0, 1, \dots, n-1$, основана на использовании алгоритма Чейза, его реализация требует выполнения следующих шагов [3]:

1) принимаются бинарные ("жесткие") решения относительно кодовых символов переданного слова \bar{B} (возможно с ошибками) на основе отсчетов реализации \bar{Y} ;

2) формируется множество векторов-ошибок $\{\bar{T}\}$, порождающая с их помощью пробные слова $\bar{S}_j = \bar{B} \oplus \bar{T}_j$, $j = 1, 2, \dots, 2^p$. Множество $\{\bar{T}\}$ состоит из 2^p слов, содержащих возможные комбинации ошибок, расположенных в p наименее достоверных позициях слова \bar{B} . Здесь \oplus - операция посимвольного сложения в поле GF(2);

3) каждый из ненулевых пробных слов \bar{S}_j декодируется с помощью алгоритма алгебраического декодирования для блочных кодов C_1 или C_2 , и формируется множество кодовых слов $\{D\}$ с объемом, не превышающим 2^p ;

4) определяется кодовое слово с наибольшей корреляцией между двоичными сигналами, которые соответствуют словам из $\{D\}$, и \bar{Y} , которое принимается в качестве $B_h(i)$, подмножество кодовых слов $\{\bar{D}\}$ объемом $u \leq 2^p$ с максимальными коэффициентами корреляции, не содержащее $B_h(i)$, соответствует $B_l(i)$ для символов b_i .

Для символов b_i , для которых существует $\bar{B}_l(i)$ в составе множества $\{\bar{D}\}$, вычисляется приращение $L^{(\xi,m)}(b_i)$ ($\xi = 1, 2$) с использованием соотношения (5).

Для символов b_i , для которых не существует $\bar{B}_l(i)$ в составе множества $\{\bar{D}\}$, вычисление $L^{(\xi,m)}(b_i)$ осуществляется с использованием правила [3]

$$L^{(\xi,m)}(b_i) = \beta \cdot (-1)^{b_{hi}}, \xi = 1, 2. \quad (6)$$

Здесь b_{hi} - i -ый символ вычисленного на шаге 4 кодового слова $B_h(i)$; β - параметр алгоритма итеративного декодирования турбо-кодов. В литературе известно несколько методов его задания. Одно из рекомендуемых аналитических выражений имеет вид

$$\beta = (E_1 - E_2) / p. \quad (7)$$

Здесь E_1, E_2 - минимальное и максимальное значения коэффициентов корреляции между реализацией \bar{Y} и двоичными словами, которые соответствуют словам из множества $\{\bar{D}\}$.

Вопросам реализации и оптимизации рассматриваемого алгоритма итеративного декодирования посвящен ряд работ [3, 4, 5, 6, 7]. В [4] приведено описание производственного метода реализации шагов 1-4 при поиске кодовых слов $\bar{B}_h(i), \bar{B}_l(i)$. Его основу составляет упорядочение по определенному закону векторов ошибок $\{\bar{T}\}$, позволяющее рекуррентно исполнить требуемые шаги для текущего вектора \bar{T}_i , используя результаты для предыдущего слова \bar{T}_{i-1} , что дает возможность существенного сокращения требуемых вычислительных операций.

Использование нормализованных (взвешенных) величин приращений $\alpha^{(m)} \cdot L^{(\xi,m)}(b_i)$ ($\xi = 1, 2$) при реализации приведенного алгоритма итеративного декодиро-

вания обуславливает приближение его вероятностных характеристик к характеристикам, получаемым с использованием процедуры оптимального вычисления соответствующих приращений апостериорных вероятностей [3]. В общем случае коэффициенты нормализации $\alpha(m)$ зависят от номера итерации m . Результаты моделирования показывают, что для значений β , вычисляемых с использованием соотношения (7), коэффициенты нормализации могут принимать постоянные значения $\alpha(m) = 0.5$ [6,8].

Реализация алгоритма итеративного декодирования блочных турбо-кодов

Ниже приведены условия реализации алгоритма итеративного декодирования (1)-(7), обусловленные требованиями на разрядность q_1 входных отсчетов \bar{Y} , на разрядность q_2 промежуточных вычислений, на требуемую память V , на объем 2^P множества векторов ошибок $\{\bar{T}\}$, на объем подмножества кодовых слов $\{\bar{D}\}$ и на количество итераций I [7].

Требуемый объем памяти V определяется в основном входной реализацией \bar{Y} длительностью $n = n_1 n_2$ с разрядностью отсчетов q_1 и множеством величин приращений $\alpha \cdot L^{(\xi, m)}(b_i)$ длительностью $n = n_1 n_2$ с разрядностью отсчетов q_2 и равен $V = (q_1 + q_2) n_1 n_2$.

Моделирование показало, что разрядность входных отсчетов $q_1 = 5$, число итераций $I = 8$ и объем подмножества кодовых слов $\{\bar{D}\}$, равный $u = 5$, определяют достижение практически предельных вероятностных характеристик рассматриваемого алгоритма итеративного декодирования блочных турбо-кодов [7,8].

При выполнении данных исследований максимальная разрядность q_2 в соответствии с соотношением (5) определяется условием

$$q_2 = q_1 + \lceil \log_2(I \cdot (p + (d-1)/2)) \rceil. \quad (8)$$

Здесь d - минимальное расстояние Хэмминга для составляющего кода, $\lceil x \rceil$ - наименьшее целое число, большее x . Вместе с тем моделирование показало, что выбор разрядности $q_2 = q_1 + 3$ приводит к незначительным энергетическим потерям (не превышающим 0.1 дБ)

по отношению к (8).

На рис. 1 в качестве примера приведены результаты моделирования с целью исследования влияния разрядностей q_1, q_2 на вероятностные характеристики рассматриваемого алгоритма итеративного декодирования для блочного турбо-кода на основе расширенного кода Хэмминга (128,120,4): длительность кодовых слов $n = 16384$, объем слов $k = 14400$. При моделировании применялись 8 итераций, объем подмножества кодовых слов $\{\bar{D}\}$ равен $u = 5$. Кривая 1 соответствует применению процедуры оптимального вычисления приращений апостериорных вероятностей $L^{(\xi, m)}(b_i)$ с использованием формата чисел с плавающей запятой [2], кривые 2 - 5 соответствуют применению рассматриваемой процедуры подоптимального вычисления приращений апостериорных вероятностей $L^{(\xi, m)}(b_i)$ и 8-ми, 6-ти, 5-ти и 4-разрядным отсчетам реализации \bar{Y} (разрядности промежуточных вычислений соответственно равны 10, 8, 7, 6).

Видно, что кривые 2 и 3 практически эквивалентны, то есть 6-ти разрядные отсчеты входных данных и 8-ми разрядные значения промежуточных вычислений определяют достижение практически предельных вероятностных характеристик рассматриваемого алгоритма итеративного декодирования данного турбо-кода.

Подобные результаты получены и для ряда блочных турбо-кодов на основе расширенных кодов Хэмминга и их модификаций. Отметим, что при этих разрядностях и параметрах рассматриваемого алгоритма декодирования данного турбо-кода его энергетические потери по отношению к алгоритму с использованием процедуры оптимального вычисления приращений апостериорных вероятностей $L^{(\xi, m)}(b_i)$ достигают 0.4 дБ для вероятностей на бит $P_b = 10^{-6}$.

В таблице 1 приведены характеристики декодеров для ряда блочных турбо-кодов, реализованных авторами средствами ПЛИС. Следует отметить, что структура кодовых слов блочных турбо-кодов в виде двумерной матрицы дает возможность исполнения приведенной процедуры итеративного декодирования с различной степенью параллельности.

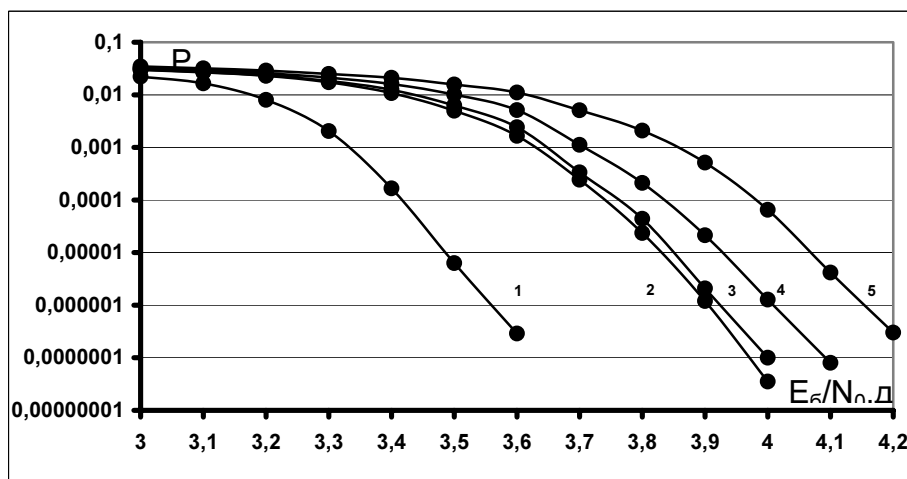


Рис.1. Вероятностные кривые декодеров турбо-кода на основе расширенного кода Хэмминга (128,10,4) (8 итераций, объем множества $\{\bar{D}\}$ равен $u = 5$).

Характеристики реализованных декодеров для блочных турбо-кодов.

№	Тип составляющего кода	Длина кодового блока	Кодовая скорость	E_b/N_0 дБ, $P_b = 10^{-5}$	Скорость Мбит/сек	Микросхема (с минимальными требуемыми параметрами)
1	(128,120)	16384	0.88	3.9	120	XC4VLX40 (55% внутреннего ОЗУ, 91% логики, тактовая частота 160 МГц)
2	(128,113)	16384	0.78	3.3	5	XC4VLX15 (66% внутреннего ОЗУ, 87% логики, тактовая частота 110 МГц)
3	(32,21)	1024	0.43	2.6	2.5	
4	(27,21)	729	0.6	3.25	4.6	XC2S400E-6 (60% внутреннего ОЗУ 50% логики, тактовая частота 100 МГц)

При реализации декодера для турбо-кода №1 с кодовой скоростью 0.88, формируемого на основе расширенного кода Хэмминга (128,120,4), степень параллельности равна 8, то есть одновременно происходит обработка отсчетов входной реализации \vec{Y} , относящихся к 8 строкам или 8 столбцам двумерной матрицы размером 128×128 . Применение этого метода обеспечивает достижение информационной скорости для данного турбо-кода до 120 Мбит/сек. Предельное Шенноновское значение отношения E_b/N_0 для кодовой скорости $R = 0.88$ при использовании двоичных сигналов и дискретно-непрерывного канала равно 3.2 дБ. Из рис.1 видно, что вероятность ошибки $P_b = 10^{-5}$ при использовании рассматриваемого турбо-кода достигается при отношении $E_b/N_0 = 4$ дБ, это значение лишь на 0.8 дБ отличается от предельного значения.

Примерами исполнения со степенью параллельности, равной 1, являются реализованные декодеры для турбо-кодов №2, №3, №4, формируемых соответственно на основе блочного БЧХ кода (128,113,6), на основе блочного БЧХ кода (32,21,6) и на основе укороченного кода Хэмминга с дополнительной проверкой на четность (27,21,4). Реализованные декодеры для этих турбо-кодов обеспечивают информационные скорости передачи, не превышающие 5 Мбит/сек.

Заключение

Рассмотрен алгоритм итеративного декодирования блочных турбо-кодов, реализованный средствами ПЛИС с использованием формата целых чисел. Его основу составляет подоптимальное вычисление символьных апостериорных вероятностей с использованием алгоритма Чейза и алгоритма синдромного декодирования составляющих блочных кодов с базовыми операциями "сложение-вычитание-сравнение-пересылки". По отношению к алгоритму итеративного декодирования на основе оптимального вычисления апостериорных вероятностей рассматриваемый алгоритм характеризуется меньшей эффективностью - энергетические потери достигают 0.4 дБ для канала с аддитивным белым гауссовским шумом.

Для ряда блочных турбо-кодов с различными информационными объемами и кодовыми скоростями реализованы соответствующие декодеры средствами микросхем ПЛИС с различной степенью параллельности.

Литература

1. Solemani M.R., Gao Y., Vilaipornsawai U. Turbo coding for satellite and wireless communications. New York. Kluwer Academic Publishers. 2002. 214 p.
2. Назаров Л.Е., Головкин И.В. Реализация алгоритмов итеративного приема блочных турбо-кодов. // Цифровая обработка сигналов. 2009. №2. С. 2-6.
3. Pundiah R.M. Near-optimum decoding of product codes: block turbo-codes. // IEEE Transactions on Communication. 1998. V.46. N8. P.1003-1010.
4. Hirst S.A., Honary B., Markarian G. Fast Chase algorithm with an application in turbo decoding. // IEEE Transactions on Communications. 2001. V.49. N10. P.1693-1699.
5. Argon C., McLaughlin S.W. An efficient Chase decoder for turbo product codes. // IEEE Transactions on Communications. 2004. V.52. N6. P.896-898.
6. Changlong X., Ying-Chang L., Wing S.L. A low complexity decoding algorithm for extended turbo product codes.// IEEE Transactions on Wireless Communications. 2008. V.7. N1. P.43-47.
7. Adde P., Pyndiah R., Raoul O., Nisan J. Block turbo decoder design.// Proceedings of International Symposium on Turbo Codes. 1997. France. Brest. P. 166-169.
8. Назаров Л.Е., Головкин И.В. Исследование вероятностных характеристик турбо-кодов на основе блочных кодов.// Труды 9-ой Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и ее применение". Москва, 28-30 марта 2007. С.20-22.

THE DESIGN AND IMPLEMENTATION OF ITERATIVE DECODING ALGORITHMS FOR TURBO BLOCK CODES

Nazarov L.E., Golovkin I.V.

The implementation of iterative decoding procedures using programmable gate arrays (FPGA Xilinx circuits) for block turbo codes has been investigated in the paper. The base of these iterative decoding procedures is Chase-Pundiah algorithm used for suboptimal evaluation of a posteriori code symbol probabilities. The encoding-decoding scheme showed exceptional performance for high code rates. The coding gains were close to the theoretical Shannon's coding gain in additive Gaussian noise channel. This paper presents results of implementation with FPGA Xilinx circuits for several block turbo-codes.