

УДК 629.78

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ ПО СИГНАЛАМ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

*Алешечкин А.М.*

### Введение

Режим определения угловой пространственной ориентации по сигналам навигационных космических аппаратов (НКА) спутниковых радионавигационных систем (СРНС) ГЛОНАСС/GPS, является одним из перспективных направлений расширения функциональных возможностей навигационной аппаратуры потребителей (НАП) и вызывает интерес у большого числа пользователей [1]. При реализации данного режима обеспечивается определение положения потребителя не как материальной точки, а как трехмерного объекта, что позволяет решать задачи эффективного управления движением, расширяет круг задач, решаемых при помощи НАП. Используя информацию о пространственной ориентации, можно определять координаты любой заданной точки объекта, например, при определении положения ковша экскаватора или положения черпакового барабана золотодобывающей драги, находящегося под водой [2, 3]. В железнодорожном транспорте возможно определение уклона продольного профиля пути или взаимного положения рельсовых нитей по высоте (уровень).

Анализ публикаций в технической литературе и рекламных материалов показывает, что вся выпускаемая НАП СРНС, выполняющая определение ориентации объектов, использует интерферометрический метод измерений. Применение этого метода требует наличия на борту потребителя нескольких пространственно разнесенных антенн, принимающих сигналы НКА. На основании измерений фазовых сдвигов (ФС) сигналов НКА, принятых двумя и более разнесенными на расстояние  $B$  антеннами, пользователь оценивает ориентацию базовой линии, соединяющей приемные антенны НАП, а по ней - свою собственную ориентацию.

Представляет интерес исследование влияния случайной составляющей погрешности измерения ФС принимаемых сигналов на результирующую точность оценки ориентации интерферометра. Учет данной составляющей погрешности позволяет определить не только достижимые точности угломерной НАП в тех или иных условиях применения, но и оценить погрешности определения тех параметров, для которых в качестве исходных данных используется информация об угловой ориентации.

В [1, стр. 206] приведена оценка допустимой погрешности измерения ФС сигналов, принятых разнесенными антеннами угломерной НАП. Из приведенных расчетов следует, что для измерения угловой ориентации с погрешностью около 1 угловой минуты необходимо обеспечить погрешность измерения ФС не более  $1^\circ$  при рас-

*Приведена методика аналитического расчета погрешностей определения угловой ориентации двухантенного интерферометра по сигналам спутниковых радионавигационных систем, полученная на основе оценки погрешностей косвенных измерений. Выполнен расчет погрешностей определения параметров угловой ориентации по методу статистического моделирования и с использованием разработанной методики. Показано, что предложенный метод расчета позволяет выполнить оценку погрешностей по заданным значениям корреляционной матрицы погрешностей измеренных фазовых сдвигов.*

стоянии между антеннами интерферометра, равном 2 м.

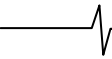
Следует отметить, что приведенная оценка погрешности не учитывает влияние на точность ориентации числа принимаемых НКА, взаимного расположения НКА и базы интерферометра, а также неравноточности измеренных значений ФС.

В [4] приведена оценка погрешности определения ориентационных координат второй антенны интерферометра, получаемая на основании ковариационной матрицы погрешностей измерения ФС принятых сигналов. Данная оценка позволяет найти ковариационную матрицу погрешностей определения координат второй антенны интерферометра и учесть влияние взаимного положения НКА и антенн, образующих базу интерферометра. Однако в рассматриваемой работе не приведена методика оценки погрешностей определения азимута и угла места антенн интерферометра, получаемых из относительных координат второй антенны путем дополнительных преобразований.

В связи с этим, данное исследование направлено на решение проблемы оценки погрешностей конечных параметров угловой ориентации, задаваемых в виде азимута и угла места, а также расстояния между антеннами интерферометра, являющегося дополнительным неизвестным в системе уравнений для определения угловой ориентации объектов.

### Оценка погрешностей определения угловой ориентации методом статистического моделирования

В качестве одного из способов расчета погрешностей определения угловой ориентации может быть использован метод статистического моделирования, реализуемый путем вычисления на каждое заданное угловое положение антенной системы объекта  $N$  отсчетов ФС сигналов  $n$  НКА, по которым проводятся измерения. При этом расчетные значения ФС НКА суммируются с погрешностями их измерения, распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и заданным среднеквадратическим отклонением.



В результате определения угловой ориентации по заданным значениям ФС получают  $N$  частных значений азимута  $\Psi_{ai}$ , угла места  $\Psi_{oi i}$ , и базы  $B_i$ . Затем, поскольку истинные значения азимута  $\Psi_{a0}$ , угла места  $\Psi_{oi 0}$  и базы  $B_0$  известны, могут быть вычислены среднеквадратические погрешности оценок азимута  $\sigma_a$ , угла места  $\sigma_{oi}$  и базы  $\sigma_b$  по формулам:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\Psi_{ai} - \Psi_{a0})^2}, \quad \sigma_{oi} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\Psi_{oi i} - \Psi_{oi 0})^2},$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (B_i - B_0)^2}, \quad (1)$$

где  $N$  – число обрабатываемых измерений для вычисления СКО в заданной точке.

Полученные значения оценок являются статистическими, т.е. сами эти оценки подвержены случайным отклонениям вследствие того, что число проведенных измерений  $N$  конечно.

### Оценка погрешностей аналитическим методом

Поскольку оценки погрешностей (1) являются статистическими, то для уменьшения их погрешностей требуется увеличение  $N$ , что в конечном итоге приводит к возрастанию времени вычислений.

Для повышения точности оценок предлагается метод аналитической оценки погрешностей, полученный с использованием математического аппарата, используемого в теории оценки погрешностей косвенных измерений [5]. Рассмотрим основные соотношения, использованные при разработке аналитического метода.

Корреляционная матрица погрешностей измерений ФС принятых сигналов  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$  в общем случае задается в виде:

$$\mathbf{P}_\varphi = \begin{pmatrix} \sigma_{\varphi_1}^2 & \sigma_{\varphi_1\varphi_2} & \dots & \sigma_{\varphi_1\varphi_n} \\ \sigma_{\varphi_1\varphi_2} & \sigma_{\varphi_2}^2 & \dots & \sigma_{\varphi_2\varphi_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{\varphi_1\varphi_n} & \sigma_{\varphi_2\varphi_n} & \dots & \sigma_{\varphi_n}^2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{\varphi_i}^2$  – дисперсия погрешности измерения фазового сдвига сигнала  $i$ -го НКА;  $\sigma_{\varphi_i\varphi_j} = M(\Delta\varphi_i \cdot \Delta\varphi_j)$  – корреляционный момент связи погрешностей измерений ФС сигналов  $i$ -го и  $j$ -го НКА ( $i > j$ ), определяемый как математическое ожидание произведения погрешностей измерений [6]. В дальнейшем изложении считается, что погрешности измерений ФС и их взаимные корреляции с течением времени остаются неизменными.

Система уравнений для определения углового положения однобазового интерферометра при неизвестной величине расстояния между антеннами в случае приема сигналов  $n$  НКА, где  $n \geq 3$ , имеет вид [4, 7]:

$$k_{xi}X^* + k_{yi}Y^* + k_{zi}Z^* = \frac{\lambda_i}{2\pi} \varphi_i, \quad (3)$$

где:  $i=1, \dots, n$  – текущий номер НКА, по которому проводятся измерения;  $n$  – общее число НКА;  $\lambda_i$  – длина волны сигнала  $i$ -го НКА;  $\varphi_i$  – значение ФС сигнала  $i$ -го НКА, складывающееся из целочисленной неоднозначности (в рассмат-

риваемом случае данная составляющая погрешности считается известной) и измеренного значения ФС находящегося в пределах  $0 - 360$  градусов;  $k_{xi}, k_{yi}, k_{zi}$  – значения направляющих косинусов векторов – направлений от антенн НАП на  $i$ -й НКА, заданных в геоцентрической системе координат (ГЦСК), определяемые из известных координат НКА и НАП;  $X^*, Y^*, Z^*$  – неизвестные координаты второй антенны интерферометра относительно первой.

Система (3) содержит  $n$  уравнений с 3 неизвестными  $X^*, Y^*, Z^*$  и становится избыточной при числе принимаемых НКА  $n > 3$ .

Выражение (3) в матричном виде имеет вид:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{C}, \quad (4)$$

где:  $\mathbf{A}$  ( $n \times 3$ ) – матрица коэффициентов системы уравнений (3),  $\mathbf{X} = (X^* \ Y^* \ Z^*)^T$  – вектор неизвестных значений относительных координат второй антенны интерферометра, представляющих собой произведения направляющих косинусов базы интерферометра в ГЦСК на расстояние между его антеннами;  $\mathbf{C}$  ( $n \times 1$ ) – вектор свободных членов системы уравнений (4), имеющий вид:

$$\mathbf{C} = \left( \frac{\lambda_1}{2\pi} \varphi_1 \quad \frac{\lambda_2}{2\pi} \varphi_2 \quad \dots \quad \frac{\lambda_n}{2\pi} \varphi_n \right)^T.$$

Вектор  $\mathbf{C}$  удобно представить в виде произведения весовой матрицы  $\mathbf{W}$  размерностью ( $n \times n$ ), на вектор измеренных значений фазовых сдвигов сигналов  $n$  НКА:  $\vec{\varphi} = (\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_n)^T$ . Тогда система уравнений (4) запишется в виде:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{W} \cdot \vec{\varphi}, \quad (5)$$

где весовая матрица  $\mathbf{W}$  имеет вид:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1}{2\pi} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_2}{2\pi} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda_n}{2\pi} \end{pmatrix}.$$

Для решения системы (5) может быть использован метод наименьших квадратов (МНК). В результате использования МНК будет получена система нормальных уравнений с тремя неизвестными вида:

$$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \vec{\varphi}. \quad (6)$$

В матричном виде решение системы (6) имеет вид:

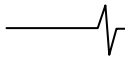
$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \vec{\varphi}. \quad (7)$$

Тогда корреляционная матрица погрешностей оценки вектора неизвестных системы уравнений (7) определяется:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X}^*} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{P}_\varphi \cdot [(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C}]^T, \quad (8)$$

где  $\mathbf{P}_{\mathbf{X}^*} = \begin{pmatrix} \sigma_{X^*}^2 & \sigma_{X^*Y^*} & \sigma_{X^*Z^*} \\ \sigma_{X^*Y^*} & \sigma_{Y^*}^2 & \sigma_{Y^*Z^*} \\ \sigma_{X^*Z^*} & \sigma_{Y^*Z^*} & \sigma_{Z^*}^2 \end{pmatrix}$  – корреляционная

матрица погрешностей определения относительных координат второй антенны.



Следующим шагом при определении угловой ориентации объекта является определение расстояния между антеннами, используя нелинейное уравнение связи между относительными координатами второй антенны вида:

$$B = \sqrt{X^{*2} + Y^{*2} + Z^{*2}} = f(X^*, Y^*, Z^*). \quad (9)$$

Расстояние между антеннами  $B$  является результатом косвенного измерения [4] величин  $X^*, Y^*, Z^*$ , являющихся результатом прямых измерений.

Переход к действительным значениям  $X_0, Y_0, Z_0$  величин  $X^*, Y^*, Z^*$  и ввод в рассмотрение случайных погрешностей прямых измерений  $\Delta X^*, \Delta Y^*, \Delta Z^*$ , приводит к представлению выражения (9) в следующем виде:

$$B_0 + \Delta B = \sqrt{(X_0^* + \Delta X^*)^2 + (Y_0^* + \Delta Y^*)^2 + (Z_0^* + \Delta Z^*)^2}, \quad (10)$$

где  $B_0$  - действительное значение расстояния между антеннами  $B$ .

Из предположения о малости значений погрешностей прямых измерений  $\Delta X^*, \Delta Y^*, \Delta Z^*$  в сравнении со своими действительными значениями, функция  $f(X^*, Y^*, Z^*)$  может быть разложена в ряд Тейлора в окрестностях точки  $(X_0^*, Y_0^*, Z_0^*)$  с удержанием только линейных членов разложения:

$$B_0 + \Delta B = f(X_0^*, Y_0^*, Z_0^*) + \frac{\partial f}{\partial X^*} \Delta X^* + \frac{\partial f}{\partial Y^*} \Delta Y^* + \frac{\partial f}{\partial Z^*} \Delta Z^*, \quad (11)$$

где  $\frac{\partial f}{\partial X^*}, \frac{\partial f}{\partial Y^*}, \frac{\partial f}{\partial Z^*}$  - частные производные от функции  $f(X^*, Y^*, Z^*)$ , вычисленные в точке, соответствующей действительным значениям координат второй антенны  $(X_0^*, Y_0^*, Z_0^*)$ .

После вычисления частных производных погрешность измерения расстояния между антеннами  $\Delta B$  может быть представлена следующим образом:

$$\Delta B = \frac{1}{B_0} (X_0^* \cdot \Delta X^* + Y_0^* \cdot \Delta Y^* + Z_0^* \cdot \Delta Z^*). \quad (12)$$

Усреднение квадрата выражения (12) позволяет оценить дисперсию погрешности определения расстояния между антеннами объекта:

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{B_0^2} \cdot (X_0^{*2} \cdot \sigma_{X^*}^2 + Y_0^{*2} \cdot \sigma_{Y^*}^2 + Z_0^{*2} \cdot \sigma_{Z^*}^2) + \frac{2}{B_0^2} \cdot (X_0^* \cdot Y_0^* \cdot \sigma_{X^* Y^*} + X_0^* \cdot Z_0^* \cdot \sigma_{X^* Z^*} + Y_0^* \cdot Z_0^* \cdot \sigma_{Y^* Z^*}). \quad (13)$$

Для дальнейшего исследования погрешностей необходимо определить значения корреляционных моментов связи  $\sigma_{X^* B}, \sigma_{Y^* B}, \sigma_{Z^* B}$ . Корреляционный момент связи между двумя случайными величинами определяется как математическое ожидание произведения центрированных случайных величин. В данном случае, корреляционные моменты определяются по формулам:

$$\sigma_{X^* B} = M(\Delta X^* \cdot \Delta B), \sigma_{Y^* B} = M(\Delta Y^* \cdot \Delta B), \sigma_{Z^* B} = M(\Delta Z^* \cdot \Delta B), \quad (14)$$

где  $\Delta B$  - определяется в соответствии с (12);  $M(\cdot)$  - оператор вычисления математического ожидания.

Исходя из этого, корреляционные моменты определяются как:

$$\sigma_{X^* B} = \frac{1}{B_0} \cdot \left( X_0^* \cdot \sigma_{X^*}^2 - \frac{2X_0^*}{B_0} \sigma_{X^* Y^*} + \frac{X_0^{*2}}{B_0^2} \sigma_B^2 \right),$$

$$\sigma_{Y^* B} = \frac{1}{B_0} \cdot \left( X_0^* \cdot \sigma_{X^* Y^*} + Y_0^* \cdot \sigma_{Y^*}^2 + Z_0^* \cdot \sigma_{Y^* Z^*} \right),$$

$$\sigma_{Z^* B} = \frac{1}{B_0} \cdot \left( X_0^* \cdot \sigma_{X^* Z^*} + Y_0^* \cdot \sigma_{Y^* Z^*} + Z_0^* \cdot \sigma_{Z^*}^2 \right).$$

Следующим шагом в определении ориентации базовой линии объекта является переход от относительных координат второй антенны к направляющим косинусам вектора-базы в геоцентрической системе координат (ГЦСК) по формулам вида:

$$X = \frac{X^*}{B}; Y = \frac{Y^*}{B}; Z = \frac{Z^*}{B}. \quad (15)$$

Направляющие косинусы вектора-базы  $X, Y, Z$  в выражении (15) также являются результатами косвенных измерений. Прямыми измерениями в данном случае являются величины  $X^*, Y^*, Z^*$  и  $B$ . Дисперсия погрешностей определения направляющих косинусов определяется в последовательности, аналогичной определению дисперсии погрешности определения расстояния между антеннами  $B$ .

Полученные дисперсии погрешностей будут иметь вид:

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{B_0^2} \cdot \left( \sigma_{X^*}^2 - \frac{2X_0^*}{B_0} \sigma_{X^* B} + \frac{X_0^{*2}}{B_0^2} \sigma_B^2 \right),$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{B_0^2} \cdot \left( \sigma_{Y^*}^2 - \frac{2Y_0^*}{B_0} \sigma_{Y^* B} + \frac{Y_0^{*2}}{B_0^2} \sigma_B^2 \right),$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{B_0^2} \cdot \left( \sigma_{Z^*}^2 - \frac{2Z_0^*}{B_0} \sigma_{Z^* B} + \frac{Z_0^{*2}}{B_0^2} \sigma_B^2 \right).$$

Корреляционные моменты связи между направляющими косинусами вектора-базы  $\sigma_{X,Y}, \sigma_{X,Z}, \sigma_{Y,Z}$  находят как:

$$\begin{aligned} \sigma_{X,Y} &= M(\Delta X \cdot \Delta Y) = \\ &= \frac{1}{B_0^2} \cdot \left( \sigma_{X^* Y^*} - \frac{X_0^*}{B_0} \sigma_{Y^* B} - \frac{Y_0^*}{B_0} \sigma_{X^* B} + \frac{X_0^* \cdot Y_0^*}{B_0^2} \sigma_B^2 \right), \end{aligned}$$

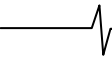
$$\begin{aligned} \sigma_{X,Z} &= M(\Delta X \cdot \Delta Z) = \\ &= \frac{1}{B_0^2} \cdot \left( \sigma_{X^* Z^*} - \frac{X_0^*}{B_0} \sigma_{Z^* B} - \frac{Z_0^*}{B_0} \sigma_{X^* B} + \frac{X_0^* \cdot Z_0^*}{B_0^2} \sigma_B^2 \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{Y,Z} &= M(\Delta Y \cdot \Delta Z) = \\ &= \frac{1}{B_0^2} \cdot \left( \sigma_{Y^* Z^*} - \frac{Y_0^*}{B_0} \sigma_{Z^* B} - \frac{Z_0^*}{B_0} \sigma_{Y^* B} + \frac{Y_0^* \cdot Z_0^*}{B_0^2} \sigma_B^2 \right). \end{aligned}$$

После вычисления значений вышеприведенных выражений формируют корреляционную матрицу погрешностей определения направляющих косинусов вектора-базы в ГЦСК:

$$P_X = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{X,Y} & \sigma_{X,Z} \\ \sigma_{X,Y} & \sigma_Y^2 & \sigma_{Y,Z} \\ \sigma_{X,Z} & \sigma_{Y,Z} & \sigma_Z^2 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Следующим шагом при вычислении ориентации объекта является переход из ГЦСК в систему координат, связанную



с объектом. Центр связанной системы координат находится в центре масс объекта, ось  $X_T$  направлена на север, ось  $Y_T$  направлена вертикально вверх, ось  $Z_T$  дополняет систему до правой системы координат и направлена вправо по горизонтали (на восток). Уравнения перехода из ГЦСК в связанную с объектом систему координат в матричной форме записи имеют вид:

$$\mathbf{X}_T = \mathbf{K}_T \cdot \mathbf{X},$$

где:  $\mathbf{K}_T$  ( $3 \times 3$ ) - матрица перехода к направляющим косинусам вектора-базы в связанной системе координат;  $\mathbf{X} = (X \ Y \ Z)^T$  - вектор направляющих косинусов вектора-базы в ГЦСК;  $\mathbf{X}_T = (X_T \ Y_T \ Z_T)^T$  - вектор направляющих косинусов в связанной с объектом системе координат.

Корреляционная матрица погрешностей оценки направляющих косинусов определяется с использованием уравнения:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X}_T} = \mathbf{K}_T \cdot \mathbf{P}_X \cdot (\mathbf{K}_T)^T, \quad (17)$$

где:  $\mathbf{P}_{\mathbf{X}_T}$  ( $3 \times 3$ ) - матрица погрешностей определения направляющих косинусов вектора-базы в связанной с объектом системе координат, имеющая вид:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X}_T} = \begin{pmatrix} \sigma_{X_T}^2 & \sigma_{X_T Y_T} & \sigma_{X_T Z_T} \\ \sigma_{X_T Y_T} & \sigma_{Y_T}^2 & \sigma_{Y_T Z_T} \\ \sigma_{X_T Z_T} & \sigma_{Y_T Z_T} & \sigma_{Z_T}^2 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Матрица  $\mathbf{P}_{\mathbf{X}_T}$  характеризует погрешности оценки направляющих косинусов вектора-базы в связанной с объектом системе координат.

Завершающим шагом в определении ориентации объекта является определение азимутального угла  $\Psi_a$  и угла места  $\Psi_{oi}$ .

Углы  $\Psi_a$  и  $\Psi_{oi}$  связаны с направляющими косинусами вектора-базы, заданными в связанной с объектом системе координат, следующими соотношениями:

$$\Psi_a = \arctg\left(\frac{Z_T}{X_T}\right), \quad (19)$$

$$\Psi_{oi} = \arcsin(Y_T).$$

В данном случае величины  $\Psi_a$  и  $\Psi_{oi}$  функционально связаны со значениями  $X_T$ ,  $Y_T$ ,  $Z_T$  и являются результатами косвенных измерений. В качестве прямых измерений здесь выступают значения направляющих косинусов  $X_T$ ,  $Y_T$ ,  $Z_T$  с корреляционной матрицей  $\mathbf{P}_{\mathbf{X}_T}$  (18).

Разложение выражений в ряд Тейлора с удержанием линейных членов разложения, выделение погрешностей определения азимута и угла места и усреднение их квадратов позволяет найти дисперсию погрешности определения углов  $\Psi_a$  и  $\Psi_{oi}$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{\Psi_a}^2 &= M(\Delta\Psi_a^2) = \\ &= \left( \frac{X_{T0}}{(X_{T0}^2 + Z_{T0}^2)} \right)^2 \cdot (X_{T0}^2 \sigma_{Z_T}^2 - 2X_{T0}Z_{T0} \sigma_{X_T Z_T} + Z_{T0}^2 \sigma_{X_T}^2), \\ \sigma_{\Psi_{oi}}^2 &= \frac{1}{1 - Y_{T0}^2} \sigma_{Y_T}^2, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $X_{T0}$ ,  $Y_{T0}$ ,  $Z_{T0}$  - действительные значения направляющих косинусов вектора-базы объекта в связанной с объектом системе координат.

Корреляционный момент связи погрешностей измерения азимута и угла места  $\sigma_{\Psi_a \Psi_{oi}}$  определяется выражением:

$$\sigma_{\Psi_a \Psi_{oi}} = \frac{1}{(X_{T0}^2 + Z_{T0}^2) \cdot \sqrt{1 - Y_{T0}^2}} \cdot (X_{T0} \cdot \sigma_{Z_T Y_T} - Z_{T0} \cdot \sigma_{X_T Y_T}) \quad (21)$$

Полученные соотношения позволяют оценить дисперсии погрешностей определения ориентации интерферометра, а также корреляционный момент связи погрешностей определения азимута и угла места. Кроме того, в соответствии с выражением (13) вычисляется дисперсия погрешности определения расстояния между антеннами.

### Результаты моделирования по расчету погрешностей определения угловой ориентации

Расчет погрешностей определения угловой ориентации выполнялся разработанным методом аналитической оценки погрешностей и методом статистического моделирования при следующих исходных данных:

- число антенн интерферометра – 2, образующих одну базу;
- расстояние между антеннами интерферометра  $B = 0.5$  и  $2$  м;
- число НКА, по которым проводились измерения ФС  $n = 12$ ;
- угол места антенн интерферометра  $\Psi_{oi} = 0^\circ$ .

На рис.1 приведено расположение НКА, принятое при моделировании. График построен в полярных координатах, центр окружности соответствует углу места НКА  $\Psi_{oi} = 0^\circ$ , равному  $90^\circ$ . Угол от оси абсцисс соответствует азимутальному углу НКА  $\Psi_{ai}$ , выраженному в градусах. Цифры на графике соответствуют номеру НКА.

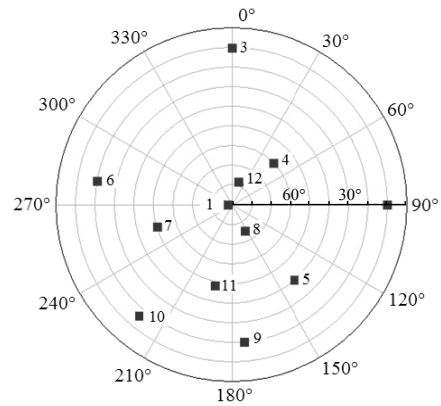


Рис.1. Расположение НКА

При решении задачи оценки погрешностей разработанных алгоритмов считалось, что ФС сигналов НКА, принятых пространственно разнесенными антеннами объекта, имеют погрешность, подчиняющуюся нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением, равным  $3.6^\circ$ . Погрешности измерения ФС сигналов разных НКА задавались некоррелированными друг с другом. В результате этого корреляционная матрица погрешностей измерения ФС принимаемых сигналов (2) принимает вид диагональной.

Результаты оценки погрешностей определения угловой ориентации при расстоянии между антеннами интерферометра  $B = 0.5$  м представлены на рис.2 а, в, д, при  $B = 2$  м – рис.2 б, г, е.

Расстояние между антеннами  $B=0.5$  м

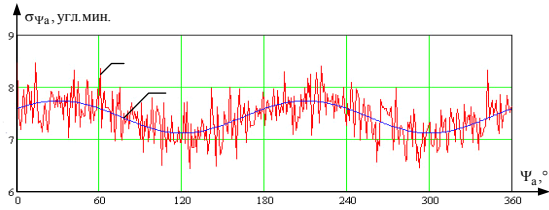


Рис. 2а. Погрешность азимута, угл. мин

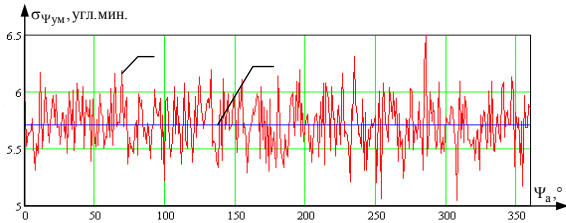


Рис. 2в. Погрешность угла места, угл. мин

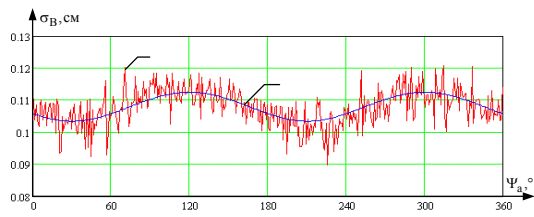


Рис. 2д. Погрешность базы, см

Расстояние между антеннами  $B=2$  м

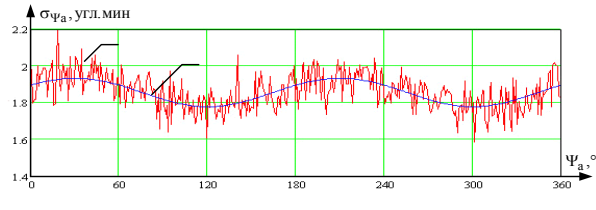


Рис. 2б. Погрешность азимута, угл. мин

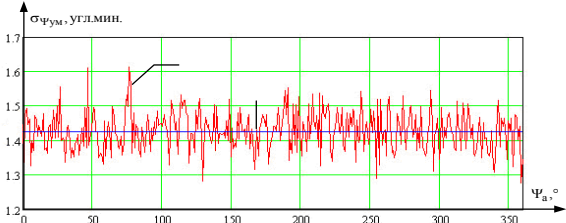


Рис. 2г. Погрешность угла места, угл. мин

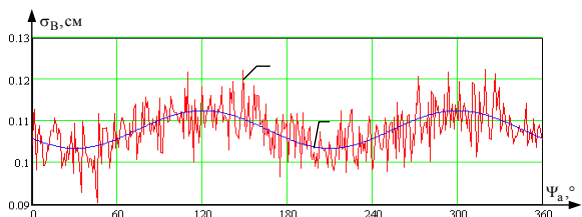


Рис. 2е. Погрешность базы, см

На графиках рис. 2 приведены значения среднеквадратических отклонений (СКО) погрешностей измерения азимута  $\sigma_{\Psi_a}$ , угла места  $\sigma_{\Psi_{oi}}$  (в угловых минутах) и расстояния между антеннами  $\sigma_B$  (в сантиметрах) в зависимости от значения азимутального угла, взятого в пределах  $0^\circ - 360^\circ$ , с шагом  $1^\circ$ . Цифрой 1 обозначено значение погрешности определения угловой ориентации, полученное методом статистического моделирования по результатам  $N=100$  испытаний для каждой точки, 2 – разработанным методом аналитической оценки погрешностей.

Представленные зависимости подтверждают известный вывод о том, что при увеличении расстояния между антеннами интерферометра происходит пропорциональное уменьшение погрешностей определения азимута и угла места, при этом абсолютная погрешность измерения расстояния между антеннами остается неизменной.

**Заключение**

Таким образом, разработанный метод оценки погрешностей определения угловой ориентации объектов, основанный на использовании математического аппарата оценки погрешностей косвенных измерений, позволяет выполнить расчет среднеквадратических погрешностей азимута, угла места и расстояния между антеннами интерферометра.

В отличие от известных предложенный метод учитывает влияние взаимного расположения вектора-базы и НКА, числа НКА, неравноточности и коррелированности измеренных значений ФС сигналов.

Предложенный аналитический метод оценки погрешностей может найти применение как для оценки точности определения параметров ориентации в НАП СРНС, так и в расчетах погрешностей систем, исходной информацией в которых являются параметры ориентации антенной системы, например [2, 3]. Достоверность метода аналитической

оценки погрешностей подтверждена сравнением полученных результатов с оценками, найденными методом статистического моделирования. Результаты оценок, полученных аналитическим методом, не подвержены случайным отклонениям, не требуют многократных расчетов, позволяют определить СКО погрешностей ориентации по заданной корреляционной матрице погрешностей ФС принимаемых сигналов НКА.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 08-08-00849.

**Литература**

1. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. Под ред. В.С. Шебшаевича - М: Радио и связь, 1993.
2. Алёшечкин А.М., Кокорин В.И. Использование спутниковых навигационных систем при разработке россыпей драгами. // М.: Маркшейдерский вестник – 1996. №2. С.20-22.
3. Патент РФ № 2152049. Устройство для определения координат исполнительного механизма надводного объекта. / Алёшечкин А.М., Кокорин В.И. // Оpubл. 2000. Бюл. № 18.
4. Фатеев Ю.Л. Определение пространственной ориентации объектов по сигналам радионавигационных систем ГЛОНАСС/GPS. Электронный журнал "Исследовано в России", 071, 781 – 791, 2004. <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2004/071.pdf>.
5. Винокуров В.И., Каплин С.И., Петелин И.Г. Электрорадиоизмерения: Учеб. Пособие для радиотехнич. спец. вузов /Под ред. В.И. Винокурова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1986. - 351 с.: ил.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. -М.: "Наука", 1964.
7. Патент РФ № 2122217. Способ угловой ориентации по радионавигационным сигналам космических аппаратов (варианты). / Алёшечкин А.М., Фатеев Ю.Л., Чмых М.К. // Оpubл. 1998. Бюл. № 32.