

## СИНТЕЗ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ, ПОРАЖАЮЩИХ РЕЧЕВЫЕ СИГНАЛЫ

Соловьева Е.Б., Жеребцов А.П.

### Введение

В областях электротехники, радиотехники, электроники, электромагнитной совместимости нередко решается задача фильтрации импульсных помех. Импульсные помехи возникают при коммутации различных электротехнических и электронных устройств, при механических повреждениях поверхности устройств хранения информации, при работе двигателей внутреннего сгорания, под влиянием различных атмосферных явлений и т.д. Для улучшения качества восстановления и распознаваемости сигналов применяются методы борьбы с импульсными помехами.

Классическим методом подавления импульсных помех является медианная фильтрация [1, 2, 3]. Известно, что медианные фильтры (МФ) обладают недостатком: они вносят существенные искажения на некоторых участках сигнала, не пораженных импульсной помехой. МФ считаются неоптимальными, поскольку не используют информацию о статистических свойствах сигналов и помех. В результате разработка методов фильтрации импульсных помех, обеспечивающих высокое качество восстановления сигналов, является актуальной задачей.

В статье предлагается синтезировать полиномиальные фильтры импульсных помех во временной и частотной областях на основе метода расщепления сигналов [4, 5]. Этот метод обладает важными достоинствами:

- статистические свойства сигналов и помех учитываются автоматически в процессе синтеза (“обучения”) фильтра;

- по сравнению с математическим аппаратом функциональных рядов и полиномов Вольтерры [6, 7] метод расщепления дает более простую (адаптированную к заданному классу входных сигналов) полиномиальную модель фильтра;

- в отличие от ряда Вольтерры многочлен расщепленных сигналов свободен от проблемы сходимости, что позволяет на его основе синтезировать существенно нелинейные устройства (при этом точность обработки сигналов повышается с увеличением степени полиномиальной модели);

- многочлен расщепленных сигналов содержит линейно входящие параметры, поэтому параметры модели определяются как глобально оптимальное решение задачи аппроксимации оператора устройства в равномерной и среднеквадратичной метриках [4].

В данной работе метод расщепления сигналов применяется для синтеза нерекурсивных цифровых фильтров импульсных помех; сравниваются временной и частотный подходы к построению нелинейных операторов

*Рассмотрены методы синтеза нелинейных нерекурсивных цифровых фильтров импульсных помех на основе теории расщепления сигналов во временной и частотной областях. Исследовано применение таких фильтров для обработки речевых сигналов, пораженных импульсными помехами. Выполнено сравнение результатов обработки сигналов предложенными фильтрами, медианными фильтрами и фильтром Вольтерры.*

цифровых фильтров; оценивается качество фильтрации, выполненной предложенными способами, медианным фильтром и фильтром Вольтерры.

### Синтез нелинейных нерекурсивных разностных уравнений методом расщепления

Задача синтеза цифровых фильтров импульсных помех решается в рамках принципа “черного ящика” на основе теории расщепления сигналов. Согласно этой теории оператор  $F_S$  нелинейного фильтра описывается композицией двух операторов: оператора  $F_p$  расщепителя и оператора  $P$  нелинейного безынерционного преобразователя [4, 5].

Оператор-расщепитель  $F_p$  отображает скалярный сигнал  $x(n, \vec{a})$ ,  $n \in I_n$ ,  $\vec{a} \in G_a$  в векторный  $\vec{x}_p(n, \vec{a})$ ,

$$\vec{x}_p(n, \vec{a}) = F_p[x(n, \vec{a})] = [x_{p1}(n, \vec{a}), x_{p2}(n, \vec{a}), \dots, x_{pm}(n, \vec{a})],$$

где

$$x_{p1}(n, \vec{a}) = F_{p1}[x(n, \vec{a})],$$

$$x_{p2}(n, \vec{a}) = F_{p2}[x(n, \vec{a})], \dots,$$

$$x_{pm}(n, \vec{a}) = F_{pm}[x(n, \vec{a})], \quad I_n - \text{длительность}$$

финитного или периодического входного сигнала  $x(n, \vec{a})$ ,  $n$  – дискретная нормированная переменная времени,  $\vec{a} = [a_1, a_2, \dots, a_j]$  – вектор параметров из множества  $G_a$  сигнала  $x(n, \vec{a})$ , при выполнении следующих условий:

- векторные сигналы не исчезают, т. е.

$$\vec{x}_p(n, \vec{a}) \neq 0$$

для всех  $n \in I_n$ ,  $\vec{a} \in G_a$ ;

- фазовые портреты расщепленных сигналов не пересекаются, не касаются и не самопересекаются, т. е. при любых  $\vec{a}_1 \neq \vec{a}_2$ ,  $\vec{a}_1 \in G_a$ ,  $\vec{a}_2 \in G_a$ ,  $n_1 \neq n_2$ ,  $n_1 \in I_n$ ,  $n_2 \in I_n$  имеет место неравенство

$$\vec{x}_p(n_1, \vec{a}_1) \neq \vec{x}_p(n_2, \vec{a}_2).$$

Расщепление реализуют линейные, нелинейные, стационарные и нестационарные преобразователи сигналов [4].

Оператор  $P$  нелинейного безынерционного преобразователя отображает векторный сигнал  $\vec{x}_p(n, \vec{a})$  в скалярный сигнал  $y(n, \vec{a})$ . Обычно такие операторы описываются многомерными многочленами

$$y(n, \vec{a}) = P[\vec{x}_p(n, \vec{a})] = \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} \dots \sum_{j_m=0}^{J_m} C_{j_1, j_2, \dots, j_m} [x_{p1}(n, \vec{a})]^{j_1} \times \dots \times [x_{pm}(n, \vec{a})]^{j_m}, \quad (1)$$

хотя возможны и другие формы представления [4].

Многомерный полином (1) степени  $p$  ( $p = J_1 + J_2 + \dots + J_m$ ) для всех  $n \in I_n$ ,  $\vec{a} \in G_a$  удовлетворяет условию

$$\|y^o(n, \vec{a}) - y(n, \vec{a})\| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ) – заданная погрешность аппроксимации оператора  $F_s$  нелинейного идеального фильтра,  $y^o(n, \vec{a})$  – выходной сигнал идеального фильтра,

$$y^o(n, \vec{a}) = F_s[x(n, \vec{a})].$$

Функциональная схема нелинейного нерекурсивного цифрового фильтра (ННЦФ), реализующая преобразование (1), изображена на рис. 1.

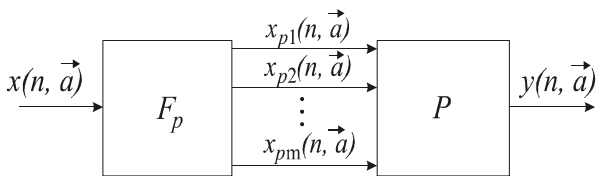


Рис. 1. Функциональная схема нелинейного цифрового фильтра.

Следует отметить, что количество коэффициентов  $C_{j_1, j_2, \dots, j_m}$  в многочлене (1) равно

$$\sum_{i=1}^p R_{m+i-1}^i = \sum_{i=1}^p \frac{(m+i-1)!}{i!(m-1)!},$$

где  $R_{m+i-1}^i$  – число сочетаний из  $(m+i-1)$  элементов по  $i$  элементов. При большом числе  $m$  каналов расщепления в многочлене (1) задача аппроксимации оператора  $F_s$  имеет высокую размерность, порождает плохую обусловленность ее решения и требует существенных вычислительных затрат.

Синтезируем ННЦФ, выделяющий речевой сигнал из смеси сигнала с импульсной помехой на основе метода расщепления.

**Фильтрация импульсных помех речевых сигналов во временной области**

Речевой сигнал, используемый для „обучения“ ННЦФ в рассматриваемом примере, имел длительность 35 секунд (280 000 отсчетов) и частоту дискретизации 8 кГц. Он состоял из разных фраз четырех дикторов (двух мужчин и двух женщин). Фразы отличались уровнями громкости, задаваемыми как 1, 0.75, 0.5, 0.25 (пропорционально указанным значениям нормировались мгновенные значения каждой дикторской речи, причем уровню 1 соответствовал диапазон речевого сигнала [-0.5, 0.5]).

Для исследования свойств синтезированного фильтра применялся речевой сигнал длительностью 20 секунд (160 000 отсчетов), отличающийся от „обучаемого“ и содержащий разные фразы мужской и женской дикторской речи с уровнями 0.8 и 0.4 соответственно.

Значения импульсной помехи формировались как случайные числа, распределенные равномерно в диапазоне [-0.5, 0.5]. Моменты появления помехи выбирались согласно следующему правилу [1, 2]. Если в момент времени  $n$  генератор случайных чисел с равномерным законом распределения в диапазоне [0, 1] дает число меньше, заданного порога  $\alpha$  (в нашем случае  $\alpha = 0.01$ ), то в этот момент времени действует импульсная помеха, в противном случае она отсутствует. Таким образом, вероятность появления помехи в текущий момент времени  $n$  равна  $\alpha$ ; вероятность ее отсутствия –  $(1-\alpha)$ ; вероятность того, что импульсная помеха появится через  $\eta$  временных отсчетов, равна  $\alpha \cdot (1-\alpha)^{\eta-1}$  (геометрическая функция распределения для переменной  $\eta$ ). Действовало также дополнительное ограничение: расстояние между соседними помехами – не менее 5 отсчетов речевого сигнала.

Расщепитель ННЦФ следует строить с минимальным числом каналов расщепления, поскольку в этом случае упрощается оператор синтезируемого устройства [4]. Исследования показали, что данному свойству удовлетворяет вектор расщепленных сигналов

$$\vec{x}_p(n, \vec{a}) = [x(n, \vec{a}), x(n-1, \vec{a}), x(n-2, \vec{a}), x(n-3, \vec{a}), x(n-4, \vec{a})].$$

Применение МФ [1, 2] и двусторонних предсказателей [3], использующих для получения выходного сигнала в текущий момент времени  $n$  предыдущие и последующие отсчеты воздействия, породило гипотезу о возможном учете данного свойства при расщеплении искаженного импульсной помехой речевого сигнала. Результаты проверки гипотезы представлены на рис. 2.

На рис. 2 изображены зависимости среднеквадратичной погрешности  $\varepsilon(\xi)$ , вычисленной по формуле

$$\varepsilon(\xi) = \frac{1}{Q-3} \sqrt{\sum_{n=4}^Q (y^o(n, \vec{a}) - y(n, \xi, \vec{a}))^2}, \quad (2)$$

где  $y^o(n, \vec{a})$  – желаемая реакция фильтра (неискаженный речевой сигнал) длиной  $Q$  ( $Q = 160\,000$ ) отсчетов,  $y(n, \xi, \vec{a})$  – выходной сигнал модели (1) нелинейного фильтра при векторе расщепленных сигналов

$$\vec{x}_p(n, \xi, \vec{a}) = [x(n+\xi, \vec{a}), x(n+\xi-1, \vec{a}), x(n+\xi-2, \vec{a}), x(n+\xi-3, \vec{a}), x(n+\xi-4, \vec{a})],$$

$\xi$  – количество последующих отсчетов относительно момента времени  $n$  в векторах расщепленных сигналов, сформированных согласно рис. 3. Номера кривых на рис. 2 соответствуют степени  $p$  полиномиальной модели (1).

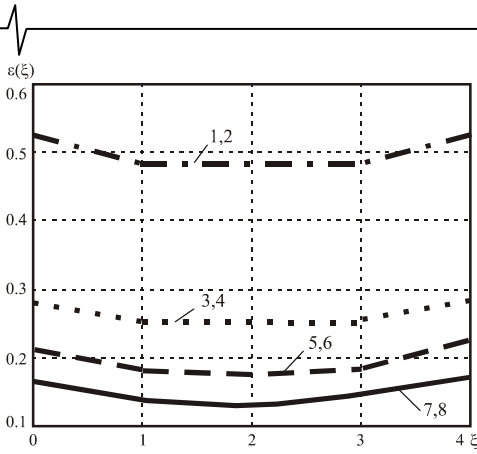


Рис. 2. Зависимости среднеквадратичной погрешности от число отсчетов

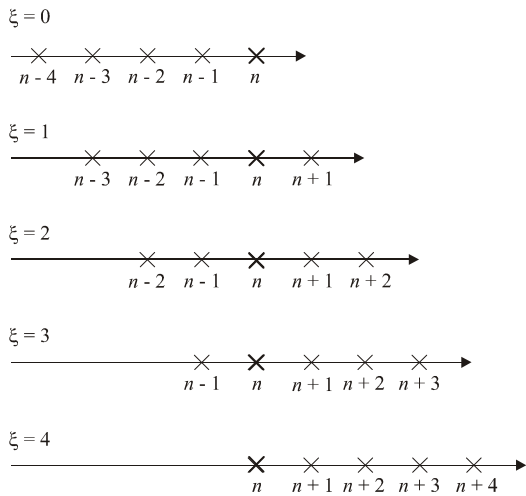


Рис. 3. Формирование векторов расщепленных сигналов

Анализ рис. 2 показывает, что

– способ формирования расщепленных сигналов влияет на точность фильтрации. Среднеквадратичная погрешность фильтрации минимальна при векторе расщепленных сигналов, содержащем одинаковое количество предыдущих и последующих отсчетов ( $\xi = 2$ ) по отношению к текущему моменту времени  $n$ ;

– слагаемые четных степеней многочлена расщепленных сигналов не влияют на среднеквадратичную погрешность фильтрации, поэтому их можно исключить из модели (1).

В результате модель ННЦФ, подавляющего импульсные помехи в речевых сигналах, имеет вид

$$y(n, 2, \vec{a}) = y(n, \vec{a}) = \sum_{r=2k-1}^p \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} \dots \sum_{j_5=0}^{J_5} C_{j_1, j_2, \dots, j_5} x^{j_1}(n-2, \vec{a}) x^{j_2}(n-1, \vec{a}) x^{j_3}(n, \vec{a}) \times x^{j_4}(n+1, \vec{a}) x^{j_5}(n+2, \vec{a}), \quad (3)$$

$$j_1 + j_2 + \dots + j_5 = r, \quad k = 1, 2, \dots; \quad J_1 + J_2 + \dots + J_5 = p.$$

Известно, что полином хорошо моделирует гладкие функции [9]. Применим это свойство для операторов, реализуя его на каскадном соединении МФ и ННЦФ. Размер апертюры МФ равен 3 отсчетам (исследования показали, что такой МФ вносит наименьшие искажения в обрабатываемый сигнал). Устройство в виде каскадного

соединения МФ и ННЦФ будем называть комбинированным ННЦФ (КННЦФ).

Среднеквадратичные погрешности восстановления речевого сигнала, вычисленные по формуле (2) ( $\xi = 2$ ) при фильтрациях ННЦФ и КННЦФ, указаны в табл. 1.

Таблица 1  
Среднеквадратичная погрешность фильтрации ННЦФ и КННЦФ

Степень $p$	ННЦФ	КННЦФ
3	0.2501	0.2379
5	0.1757	0.2387
7	0.1297	0.2415

Из табл. 1 видно, что “сглаживание” искаженных речевых сигналов, выполненное медианным фильтром в КННЦФ, снижает точность фильтрации. Речь на выходе КННЦФ становится глухой с неестественным звучанием. Таким образом, синтез КННЦФ в виде каскадного соединения МФ и ННЦФ нецелесообразен.

Сравним результаты подавления импульсных помех ННЦФ, МФ и фильтром Вольтерры [8], модель которого имеет вид

$$y(n) = \sum_{r=2k-1}^p \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} \dots \sum_{j_5=0}^{J_5} h_{j_1, j_2, \dots, j_5} x^{j_1}(n) x^{j_2}(n-1) x^{j_3}(n-2) x^{j_4}(n-3) x^{j_5}(n-4), \quad (4)$$

$$j_1 + j_2 + \dots + j_5 = r, \quad k = 1, 2, \dots; \quad J_1 + J_2 + \dots + J_5 = p.$$

Зависимости среднеквадратичной погрешности  $\varepsilon(p)$  от степени полиномиальных моделей представлены на рис. 4. Кривые 1, 2, 3 получены медианной фильтрацией с апертюрами длиной 3, 5, 7 соответственно, кривая 4 – фильтрацией Вольтерры (4), кривая 5 – ННЦФ с моделью (3).

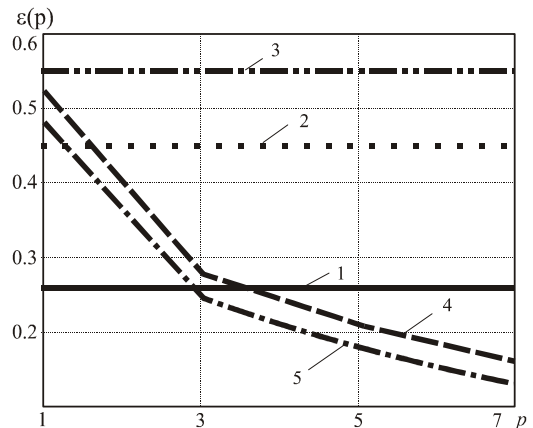


Рис. 4. Зависимости среднеквадратичной погрешности от степени полиномиальных моделей.

Анализ рис. 4 показывает, что фильтр, синтезированный методом расщепления, дает более точное восстановление сигналов по сравнению с его аналогами. С увеличением степени  $p$  полиномиальной модели погрешность фильтрации уменьшается.

При прослушивании выходных сигналов нелинейных фильтров наблюдаются следующие результаты. Речь на выходе МФ, хотя и не содержит импульсных помех, ста-

новится глухой и обладает неестественным звучанием. После фильтрации Вольтерры и обработки ННЦФ речевые сигналы имеют естественное звучание, в них присутствуют редкие остаточные импульсные помехи малой амплитуды, воспринимаемые как слабый шорох или потрескивание. На выходе ННЦФ остаточных помех значительно меньше, чем на выходе фильтра Вольтерры.

Для полиномиальных моделей высокой степени экспериментально замечено появление плохой обусловленности решения задачи аппроксимации нелинейного оператора фильтра. Указанная проблема частично снимается при синтезе фильтра в частотной области с использованием спектров входных и выходных сигналов [10].

**Синтез полиномиальных фильтров спектральным методом расщепления**

В спектральном методе расщепления входными и выходными сигналами фильтра являются дискретные преобразования Фурье (ДПФ) фрагментов реализаций соответствующих входных и выходных сигналов. Выбор длины (числа отсчетов) фрагментов связан с их расщеплением на множестве сигналов. Если фрагменты различны (расщеплены), то их векторы-спектры также различны и, следовательно, расщеплены.

Из расщепленных векторов-спектров входных сигналов можно конструировать векторы-спектры желаемых выходных сигналов. При этом используется теорема об аппроксимации нелинейных операторов в комплексной области [4]. Согласно данной теореме аппроксимирующий многочлен строится с учетом всех (комплексных и комплексно-сопряженных) составляющих векторов-спектров входных сигналов.

Так, если сигнал состоит из  $N = 2M$  отсчетов (именно этот случай для определенности будем рассматривать), то вектор расщепленных сигналов

$$\begin{aligned} \vec{X}_p(\vec{a}) &= F_p[X(\vec{a})] = \\ &= [X(-(M-1), \vec{a}), X(-(M-2), \vec{a}), \dots, X(M, \vec{a})], \\ \vec{a} &\in G_a, \end{aligned}$$

включает отсчеты спектра  $X(\vec{a})$ , а аппроксимирующий многочлен имеет вид

$$\begin{aligned} P_k[\vec{X}_p(\vec{a})] &= Y(k, \vec{a}) = \\ &= \sum_{j_1}^{J_1} \sum_{j_2}^{J_2} \dots \sum_{j_m}^{J_m} C_{j_1, j_2, \dots, j_m}^{(k)} [X(-(M-1), \vec{a})]^{j_1} [X(-(M-2), \vec{a})]^{j_2} \dots \\ &\dots [X(M, \vec{a})]^{j_m}, \end{aligned} \tag{5}$$

где  $k \in [-(M-1), M]$ ,  $m$  – число каналов расщепления.

Согласно теории расщепления, для  $k \in [-(M-1), M]$ ,  $\vec{a} \in G_a$  и  $\varepsilon > 0$  существует полином степени  $P$  ( $p = J_1 + J_2 + \dots + J_m$ ) такой, что

$$\|Y^o(k, \vec{a}) - Y(k, \vec{a})\| \leq \varepsilon, \tag{6}$$

где  $Y^o(k, \vec{a})$  –  $k$ -я составляющая дискретного спектра  $[Y^o(-(M-1), \vec{a}), Y^o(-(M-2), \vec{a}), \dots, Y^o(M, \vec{a})]$  желаемого выходного сигнала  $y^o(n, \vec{a})$  фильтра.

Представим полином (5) в удобном для формирования степенных составляющих многомерного многочлена виде

$$Y(k, \vec{a}) = \sum_{\ell=1}^P \sum_{i_1=-(M-1)}^M \sum_{i_2=i_1}^M \dots \sum_{i_\ell=i_{\ell-1}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_\ell}^{(k)} \prod_{r=1}^{\ell} X(i_r), \tag{7}$$

где коэффициенты

$$B_{i_1, i_2, \dots, i_\ell}^{(k)} = C_{\alpha}^{(k)} \sum_{\alpha=1}^{\ell} \delta(q - (i_\alpha + (M-1)))$$

цифровой единичный импульс. Таким образом, нижний индекс коэффициента  $C_{\alpha}^{(k)}$  формируется последовательностью целых чисел при сложении единичных функций вида  $\delta(q - (i_\alpha + (M-1)))$ . Такая последовательность состоит из  $m$  отсчетов. Отсчет равен 1 в точке  $q - (i_\alpha + (M-1)) = 0$ . В остальных  $m-1$  точках отсчеты равны 0.

Согласно известному свойству нелинейного преобразования [11], спектральная составляющая  $Y(k, \vec{a})$  на частоте  $k$  выходного сигнала формируется с учетом слагаемых, содержащих  $k$ -ю спектральную составляющую воздействия и произведения спектральных составляющих входного сигнала на частотах, удовлетворяющих условию  $k = i_1 + i_2 + \dots + i_\ell$ . Применение данного условия позволяет существенно уменьшить число членов многомерной суммы в выражении (7).

На основе указанного свойства нелинейного преобразования, а также свойства симметрии [12]  $Y(-k, \vec{a}) = Y^*(k, \vec{a})$ ,  $0 < k \leq (M-1)$ , где  $*$  – знак комплексного сопряжения, сформируем  $M+1$  уравнений

$$Y(k, \vec{a}) = \sum_{\ell=1}^P \sum_{i_1=-(M-1)}^M \sum_{i_2=i_1}^M \dots \sum_{i_\ell=i_{\ell-1}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_\ell}^{(k)} \prod_{r=1}^{\ell} X(i_r), \tag{8}$$

$i_1 + i_2 + \dots + i_\ell = k$

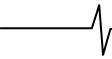
где  $k$  меняется от 0 до  $M$ .

Известно, что свойство периодичности ДПФ приводит к появлению областей наложения в спектрах степенных составляющих выходного сигнала [10, 12]. Для учета эффекта наложения спектров (УНС) введем дополнительные члены в многомерную сумму (8). В итоге полиномиальная модель нелинейного оператора фильтра для  $k \in [0, M]$  имеет вид

$$\begin{aligned} Y(k, \vec{a}) &= \sum_{\ell=1}^P \sum_{i_1=-(M-1)}^M \sum_{i_2=i_1}^M \dots \sum_{i_\ell=i_{\ell-1}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_\ell}^{(k)} \prod_{r=1}^{\ell} X(i_r) + \\ &+ \sum_{\gamma=1}^{\lfloor \ell/2 \rfloor} \sum_{i_1=-(M-1)}^M \sum_{i_2=i_1}^M \dots \sum_{i_\ell=i_{\ell-1}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_\ell}^{(k)} \prod_{r=1}^{\ell} X^*(i_r) + \\ &+ \left( \sum_{\gamma=1}^{\lfloor (\ell-1)/2 \rfloor} \sum_{i_1=-(M-1)}^M \sum_{i_2=i_1}^M \dots \sum_{i_\ell=i_{\ell-1}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_\ell}^{(k)} \prod_{r=1}^{\ell} X(i_r) \right) \delta_1(\ell-3), \end{aligned} \tag{9}$$

$i_1 + i_2 + \dots + i_\ell = \gamma N - k$

где  $[s]$  – наименьшее целое, такое что  $[s] \leq s$ ,  $\delta_1(\ell)$  – цифровой единичный скачок.



Если высокочастотные составляющие спектра входных сигналов фильтра малы, то эффект наложения спектров проявляется слабо. В этом случае при вычислении операторов  $P_k[\bar{X}_p(\bar{a})]$ ,  $k \in [0, M]$  указанный эффект можно не учитывать, либо учитывать не полностью (уменьшить число членов в многомерных суммах выражения (9) путем понижения верхнего предела переменной  $\gamma$ ).

Параметры полинома (9) при  $k \in [0, M]$  определяются из полученного при решении аппроксимационной задачи (6) в метрике  $L_2$  выражения [13]

$$\bar{B}^{(k)} = \left\{ E \left[ \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^* \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^t \right] \right\}^{-1} E \left[ \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^* Y(k, \bar{a}) \right],$$

где  $E \left[ \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^* \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^t \right]$  – эрмитова матрица, состоящая

из спектральных моментов различных порядков,  $E[\bullet]$  – оператор математического ожидания,

$\bar{B}^{(k)}$  – вектор-столбец оценок параметров оператора

$$P_k[\bar{X}_p(\bar{a})],$$

$$\left[ \bar{X}^{(k)} \right]^t = \begin{bmatrix} \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^t \\ \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^t \sum_{\alpha=1}^{\ell} i_{\alpha=k} \\ \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^* \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \gamma \in [1; \lfloor \ell/2 \rfloor]}}^{\ell} i_{\alpha=N-k} \\ \left[ \bar{X}^{(k)} \right]^t \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \gamma \in [1; \lfloor (\ell-1)/2 \rfloor]}}^{\ell} i_{\alpha=\gamma N+k} \end{bmatrix}, \ell \in [1; p]$$

Здесь внутренние векторы-элементы содержат произведения спектральных составляющих воздействия на частотах, удовлетворяющих указанным условиям. Число сомножителей в произведении определяется значением  $\ell$ . Длины векторов  $\bar{X}^{(k)}$  и  $\bar{B}^{(k)}$  зависят от того, какие слагаемые содержатся в выражении (9).

Функциональная схема нелинейного фильтра, синтезированного в частотной области, изображена рис. 5. На этом рисунке блок ДПФ( $M$ ) осуществляет ДПФ фрагментов входного сигнала длиной  $N$ ; блоки  $P_0, P_1, \dots, P_{M-1}, P_M$  – нелинейные безынерционные преобразователи, вычисляющие отдельные спектральные составляющие выходного сигнала; БКС – блок комплексного сопряжения, формирующий сопряженные спектральные компоненты; ОДПФ( $M$ ) – блок обратного преобразования Фурье.

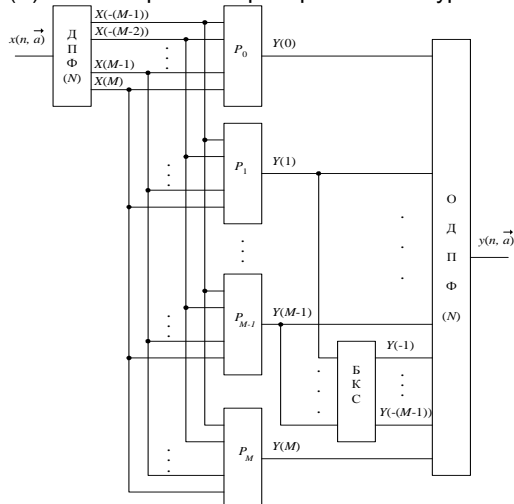


Рис. 5. Функциональная схема нелинейного фильтра, синтезированного в частотной области

Поскольку синтез фильтра выполняется в частотной области, синтезированное устройство будем называть частотным нелинейным нерекурсивным цифровым фильтром (ЧННЦФ).

В табл. 2 указано общее количество параметров многомерных многочленов  $P_k[\bar{X}_p(\bar{a})]$ ,  $k \in [-(M-1), M]$  различных степеней при использовании описанных ранее способов их сокращения. В качестве примера число каналов расщепления  $m = 6$ .

Из табл. 2 видно, что при синтезе ЧННЦФ спектральным методом расщепления размерность аппроксимационной задачи (6) существенно сокращается.

Таким образом, синтез полиномиальных фильтров в частотной области характеризуется разбиением общей задачи аппроксимации нелинейного оператора фильтра, сформулированной во временной области, на несколько аппроксимационных задач меньшей размерности, решаемых в частотной области. При таком подходе удается практически снять проблему плохой обусловленности решения задачи аппроксимации высокой размерности.

### Частотная фильтрация импульсных помех речевых сигналов.

Применим спектральный метод расщепления для синтеза фильтра импульсных помех на том же классе сигналов, на котором проводилась фильтрация во временной области. Согласно методу расщепления, временная и частотная модели нелинейного фильтра взаимосвязаны, поэтому синтез ЧННЦФ выполним с учетом свойств модели (3) ННЦФ.

Отметим, что спектральное преобразование упрощается, если ДПФ подвергаются фрагменты с четным количеством отсчетов [12]. Поэтому при синтезе ЧННЦФ используем расщепленные фрагменты длиной  $N = 6$  (а не  $N = 5$ , как в модели (3)).

При частотной фильтрации выходной сигнал фильтра можно сформировать последовательным и блочным способами. Последовательный способ предполагает, что из  $N$  отсчетов, полученных ОДПФ (рис. 5), в выходном сигнале фильтра остается лишь один отсчет, соответствующий моменту времени  $n$ . При этом фрагменты воздействия формируются путем смещения окна длиной  $N = 6$  вдоль входного сигнала с шагом в 1 отсчет. Блочный способ предполагает, что выходной сигнал ЧННЦФ содержит весь фрагмент, полученный ОДПФ. В этом случае фрагменты воздействия составлены при смещении окна длиной  $N = 6$  вдоль входного сигнала с шагом в  $N$  отсчетов.

В табл. 3 указаны значения среднеквадратичной погрешности  $\epsilon$  при блочном и последовательном способах формирования выходного сигнала ЧННЦФ 5-й степени. Модель ЧННЦФ строилась с учетом эффекта наложения спектров. Значения  $\xi$  при  $N = 6$  задавались аналогично рис. 3.

Таблица 3

Среднеквадратичная погрешность  $\epsilon$  при разных способах формирования выходного сигнала ЧННЦФ 5-й степени

Блочный способ	Последовательный способ					
	$\xi = 0$	$\xi = 1$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 4$	$\xi = 5$
0.2185	0.2502	0.2014	0.1982	0.1961	0.2000	0.2426

Таблица 2

Число параметров нелинейных операторов, формирующих спектр выходного сигнала

Степень $p$	Число параметров		
	на основе полинома (7)	при использовании свойства нелинейного преобразования	
		без УНС (полином (8))	с УНС (полином (9))
1	24	4	4
2	108	16	17
3	332	40	55
4	836	85	154
5	1844	162	379

Из табл. 3 видно, что более точная фильтрация выполняется при последовательном способе формирования выходного сигнала ЧННЦФ, когда вектор расщепленных сигналов составлен из приблизительно равного числа предыдущих и последующих отсчетов по отношению к  $n$ -му отсчету выходного сигнала фильтра.

В дальнейших расчетах расщепленные фрагменты входного сигнала ЧННЦФ составлялись при  $\xi = 2$ , как показано на рис. 6.

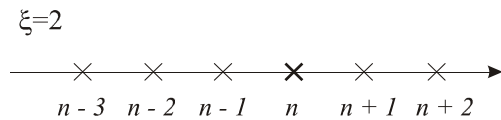


Рис. 6. Расщепленный фрагмент входного сигнала при  $\xi = 2$ .

Влияние эффекта наложения спектров на точность фильтрации при разной степени ЧННЦФ отражают данные, представленные в табл. 4.

Таблица 4

Погрешность  $\epsilon$  при фильтрации ЧННЦФ с УНС и без УНС

Степень $p$	без УНС	с УНС
3	0.2775	0.2609
5	0.2299	0.1982
7	0.1923	0.1544

Анализ табл. 4 показывает, что учет эффекта наложения спектров в модели (9) ЧННЦФ повышает точность фильтрации импульсных помех речевых сигналов.

На рис. 7 представлены зависимости  $\epsilon(p)$ , полученные МФ с апертурой длиной 3 отсчета (наиболее точный вариант МФ согласно рис. 4) (кривая 1), фильтром Вольтерры (4) (кривая 2) и ЧННЦФ с УНС (кривая 3).

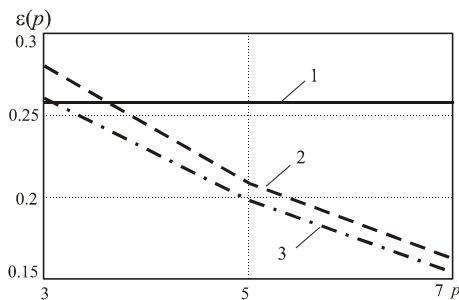


Рис. 7. Зависимости среднеквадратичной погрешности, полученные МФ, фильтром Вольтерры и ЧННЦФ с УНС.

Наглядное представление результатов фильтрации дают рис. 8, 9. На рис. 8, а, 9, а изображены огибающие фрагментов речевого сигнала с импульсными помехами. На рис. 8, б, 9, б показаны неискаженный сигнал (кривая 1) и результаты его обработки МФ длиной 3 (кривая 2), фильтром Вольтерры 5-й степени (кривая 3) и ЧННЦФ 5-й степени с учетом эффекта наложения (кривая 4).

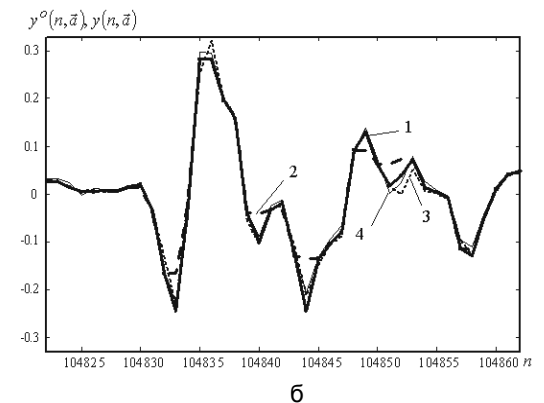
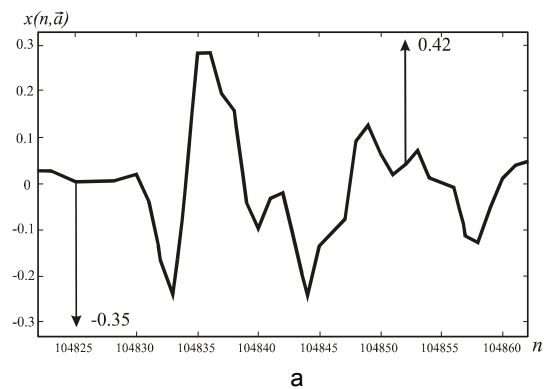
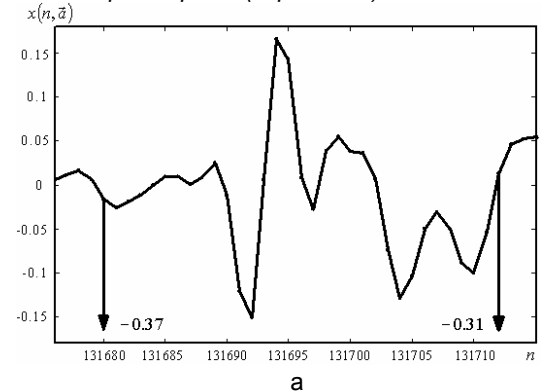


Рис. 8. Огибающие фрагментов речевого сигнала с импульсными помехами и результаты его обработки различными фильтрами (вариант 1).



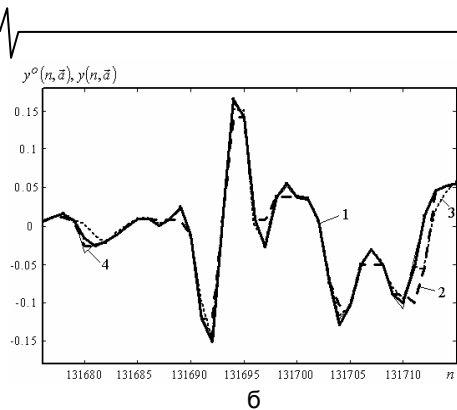


Рис. 9. Огибающие фрагментов речевого сигнала с импульсными помехами и результаты его обработки различными фильтрами (вариант 2).

Из рис. 7, 8, 9 видно, что ЧННЦФ обеспечивает более высокую точность фильтрации по сравнению с его аналогами.

### Заключение

Рассмотренный метод синтеза фильтров импульсных помех основан на принципе “обучения с учителем”. Параметры модели фильтра определяются в результате решения задачи аппроксимации нелинейного оператора фильтра по соотношению вход-выход. В процессе “обучения” фильтра статистические свойства сигналов и помех учитываются автоматически. Поскольку модель в форме многочлена расщепленных сигналов линейна относительно своих параметров, вычисленные при синтезе фильтра параметры являются глобально оптимальными в равномерной и среднеквадратичной метриках.

Замечательным свойством фильтров, синтезированных методом расщепления, является их инвариантность к входным сигналам при условии, что статистические свойства сигналов и помех сохраняются. Таким образом, фильтр, синтезированный на испытательных сигналах, удовлетворительно работает на других сигналах и помехах с близкими статистическими характеристиками. Для повышения точности фильтрации следует увеличить степень полиномиальной модели фильтра.

При синтезе ННЦФ импульсных помех речевых сигналов установлено, что

- моделью ННЦФ является многомерный полином нечетной степени;
- для расщепления сигналов следует использовать 5 каналов расщепления;
- наименьшая среднеквадратичная погрешность фильтрации достигается, если расщепленные сигналы содержат равное количество предыдущих и последующих отсчетов по отношению к текущему моменту времени  $n$  ;
- комбинированный фильтр в виде каскадного соединения МФ и ННЦФ не улучшает качество фильтрации импульсных помех, поражающих речевые сигналы;
- ННЦФ дает наименьшую среднеквадратичную погрешность фильтрации по сравнению с МФ и фильтром Вольтерры.

Качество результатов работы ННЦФ и ЧННЦФ практически одинаково.

На практике для синтеза нелинейного фильтра следует применять спектральный метод расщепления, поскольку в нем общая задача аппроксимации оператора фильтра, поставленная во временной области, разбивается на несколько аппроксимационных задач существенно меньших размерностей, решаемых в частотной области. Таким образом, удается практически снять вычислительные проблемы (глохую обусловленность, шумы арифметики), типичные для синтеза ННЦФ.

При синтезе ЧННЦФ импульсных помех речевых сигналов установлено, что

- для удобства ДПФ следует выбирать 6 (четное число) каналов расщепления;
- как и в случае ННЦФ, следует использовать многомерные полиномы нечетной степени;
- наименьшую среднеквадратичную погрешность дает некаузальный частотный фильтр при обработке ДПФ вектора расщепленных сигналов с приблизительно равным числом предыдущих и последующих отсчетов относительно текущего момента времени  $n$  ;
- для повышения точности фильтрации следует учитывать эффект наложения в спектрах степенных составляющих выходного сигнала ЧННЦФ;
- блочный (фрагментарный) способ формирования выходного сигнала частотного фильтра уступает по точности обработки последовательному способу вычисления реакции фильтра.

Прослушивание выходных сигналов фильтров дает следующие результаты. Обработанный МФ речевой сигнал не содержит импульсных помех, однако, он существенно искажен (речь становится глухой с неестественным звучанием). После фильтрации Вольтерры и обработки ЧННЦФ (или ННЦФ) в речевом сигнале присутствуют редкие остаточные импульсные помехи малой амплитуды, которые воспринимаются как шорох или потрескивание, при этом выходной речевой сигнал имеет естественное звучание. ЧННЦФ формирует значительно меньше остаточных помех по сравнению с фильтром Вольтерры.

### Литература

1. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдения. – М.: Мир, 1981.
2. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Т.С. Хуанг, Дж.-О. Эклунд, Г.Дж. Нуссбаумер и др.; Под ред. Т.С. Хуанга. – М.: Радио и связь, 1984.
3. Vaseghi S.V. Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction. – N.Y.: Wiley, 2000.
4. Ланнэ А.А. Нелинейные динамические системы: синтез, оптимизация и идентификация. – Л.: ВАС, 1985.
5. Ланнэ А.А. Нелинейные полиномиальные цифровые фильтры // Цифровая обработка сигналов. – 1999. – № 1. – С.18–26.
6. Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем – М.: Наука, 1976.
7. Данилов Л.В. Ряды Вольтерра-Пикара в теории нелинейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1987.
8. Башарин С.А., Соловьева Е.Б. Моделирование и анализ нелинейных электрических цепей: Учеб. пособие. – СПб.: СПбГЭТУ, 1999.
9. Schetzen M. The Volterra and Wiener theory of nonlinear systems. – N. Y.: Wiley, 1980.
10. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Нелинейная фильтрация импульсных помех методом расщепления // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1999. – Т.42, №7. – С.3–17.
11. Rugh W.J. Nonlinear System Theory. The Volterra/Wiener Approach. – The Johns Hopkins University Press, 1981.
12. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций/ А. И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева/ Изд. 2-е испр. и перераб. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
13. Kim K.I., Powers E.J. Digital method of modeling quadratically nonlinear systems with a general random input // IEEE Trans. ASSP. – 1988. – V.36, №11. – P.1758–1769.