

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БПФ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ НЕСУЩЕЙ ЧАСТОТЫ ФМ СИГНАЛОВ В ДЕМОДУЛЯТОРАХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ

Брусин Е.А.

### Введение

Основной особенностью спутниковых систем связи является работа в канале с крайне низкой энергетикой (на практике интерес вызывает диапазон отношения  $E_b / N_0$  от 0 до 12 дБ). Низкая энергетика канала обуславливает требование малых энергетических потерь и когерентную обработку сигнала в демодуляторе. Широкое применение в модемах систем спутниковой связи находят три типа фазовой модуляции: двухпозиционная – ФМ-2, четырехпозиционная – ФМ-4 и восьмипозиционная – ФМ-8.

Основные характеристики передающих частей спутниковых модемов стандартизированы. Поэтому для спутниковых систем связи наибольший интерес представляет разработка оптимальных (или близких к оптимальным) алгоритмов демодуляции сигнала. При разработке алгоритмов демодуляции особую значимость приобретают проблемы синхронизации. В современных системах спутниковой связи широко используются частотное разделение каналов и относительно низкоскоростные сигналы. Как следствие, частотная неопределенность принимаемого сигнала по несущей частоте может быть соизмерима с тактовой частотой передаваемой информации. Поэтому ключевую роль при решении задачи синхронизации играет оценивание несущей частоты принимаемого сигнала.

Для когерентной демодуляции ФМ сигнала с энергетическими потерями порядка 0,1 дБ дисперсия оценки несущей частоты принимаемого сигнала должна удовлетворять следующему условию [1]:

$$\sigma_c^2 T^2 < 5 \cdot 10^{-6} \quad (1)$$

где  $\sigma_c^2$  – дисперсия оценки несущей частоты принимаемого сигнала;  $T$  – длительность элементарной посылки сигнала.

Системы с частотным разделением каналов характеризуются еще одной особенностью – наличием дополнительных мешающих воздействий, так называемых «соседних каналов» – сигналов с тем же типом модуляции и той же скоростью передачи, что и сигнал в основном канале передачи информации. Смещение «соседних каналов» по несущей частоте может составлять величину  $\pm 1,4/T$ , при этом «соседние каналы» могут превышать по уровню сигнал основного канала [2, 3].

В настоящее время опубликовано достаточно много работ, посвященных проблемам оценивания несущей

*Предложен двухэтапный алгоритм оценивания несущей частоты фазомодулированных сигналов, учитывающий специфику спутникового канала связи, включая наличие «соседних каналов». Приведены аналитические выражения для границ оценивания. Исследована эффективность получаемых оценок методом математического моделирования. Предложенные процедуры оценивания были реализованы на основе БПФ. Результаты моделирования показали, что алгоритм оценивания несущей частоты ФМ сигнала обеспечивает дисперсии оценок, близкие к соответствующим теоретическим границам, независимо от наличия или отсутствия «соседних каналов».*

частоты ФМ сигнала. Но известные работы не учитывают в полной мере характерные особенности спутникового канала как по энергетике, так и по частотной неопределенности принимаемого сигнала. Влияние «соседних каналов» на процедуры синхронизации в известных работах, как правило, не рассматривается. В работе [4] предложен метод оценивания несущей частоты ФМ сигнала в спутниковом канале, учитывающий влияния упомянутых здесь мешающих воздействий. Однако сам алгоритм оценивания и особенности его реализации не были представлены в кратком изложении результатов проведенных исследований.

Таким образом, можно констатировать, что проблема разработки алгоритма оценивания несущей частоты ФМ сигнала в спутниковом канале является весьма актуальной.

Особый интерес вызывает реализация алгоритмов оценивания на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ). Это обусловлено, во-первых, наличием развитого математического аппарата ортогональных преобразований сигнала, во-вторых, широким выбором устройств, реализующих процедуры преобразования Фурье в реальном времени. Вместе с тем решение проблемы реализации алгоритмов оценивания несущей частоты ФМ сигнала с использованием БПФ практически не освещены в литературе.

Целью настоящей работы является разработка алгоритма оценивания несущей частоты ФМ сигнала, который бы учитывал описанную специфику спутникового канала, обеспечивая необходимую точность оценивания, и реализация предложенного алгоритма с помощью БПФ. При этом под количественной мерой качества оценивания будем понимать дисперсию оценки несущей частоты принимаемого сигнала.

### Разработка алгоритма оценивания

Рассмотрим математическую модель комплексной огибающей принимаемого сигнала  $z(t)$ , заданную на интервале наблюдения  $T_0$  в следующей форме:

$$z(t) = s(t) + w(t),$$

где  $s(t) = e^{j(2\pi\nu t + \varphi)} \sum_k d_k h(t - kT - \tau)$  – информационная составляющая принимаемого сигнала;  $\nu$  – смещение несущей частоты принимаемого сигнала относительно номинального значения;  $\varphi$  – начальная фаза принимаемого сигнала;  $\tau$  – задержка сигнала в канале;  $w(t) = w_R(t) + jw_I(t)$  – комплексный аддитивный шум, где  $w_I(t)$  и  $w_R(t)$  являются независимыми гауссовскими процессами, которые характеризуются равномерной спектральной плотностью мощности, одинаковой для обоих процессов;  $d_k$  – элемент комплексного вектора передаваемых данных  $\mathbf{d} = \{d_0, d_1, d_2, \dots, d_{K-1}\}$ , для фазовых методов модуляции  $d_k = e^{j\gamma_k}$ ,

$$\gamma_k = \{0, 2\pi/M_\varphi, \dots, 2\pi(M_\varphi - 1)/M_\varphi\},$$

здесь  $M_\varphi$  – объем алфавита сигналов;  $K = T_0/T$  – интервал наблюдения  $T_0$ , выраженный в числе тактовых интервалов  $T$ ;  $h(t)$  – импульсная характеристика фильтра, формирующего сигнал.

Фильтр, формирующий сигнала, предназначен для эффективного использования заданной полосы канала при минимизации межсимвольной интерференции. Импульсная характеристика данного фильтра соответствует импульсной характеристике фильтра Найквиста, т. е. удовлетворяет условию:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot h(t - mT) dt = \begin{cases} 1 & m = 0; \\ 0 & m \neq 0. \end{cases}$$

Для амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтра  $H(f)$  можно записать

$$H(f) = \begin{cases} \sqrt{T} \cos \left[ \frac{\pi}{4\alpha} (|2fT| - 1 + \alpha) \right], & |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T}; \\ 0 & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T}; \\ \sqrt{T} \cos \left[ \frac{\pi}{4\alpha} (|2fT| - 1 + \alpha) \right], & |f| > \frac{1+\alpha}{2T}, \end{cases}$$

где  $\alpha$  – коэффициент скругления согласованного фильтра Найквиста.

Принимаемый сигнал, заданный на интервале наблюдения длительностью  $K$  информационных символов, содержит неизвестные (но постоянные на интервале наблюдения) параметры: смещение несущей частоты относительно номинального значения –  $\nu$ , начальную фазу принимаемого сигнала –  $\varphi$ , задержку сигнала в канале –  $\tau$  и неизвестный вектор передаваемых данных –  $\mathbf{d}$ . Задача оценивания состоит в том, чтобы наилучшим образом оценить один из вышеперечисленных параметров, а именно  $\nu$ .

Для разработки алгоритма оценивания воспользуемся правилом максимального правдоподобия. Дисперсия оценки максимального правдоподобия (МП-оценки) тем меньше, чем больше информации о принимаемом сигнале мы используем при формировании соответствующей статистики. Поэтому введем две границы оценивания.

Нормированная к квадрату тактовой частоты принимаемого сигнала минимальная граничная дисперсия оценки несущей частоты, полученная в предположении

наличия априорной информации о всех (за исключением  $\nu$ ) параметрах принимаемого сигнала, может быть выражена следующим образом [1, 5, 6]:

$$CRLB(\nu) \cdot T^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{3}{K^3} \frac{1}{E_s/N_0}. \quad (2)$$

Границу (2) обычно называют нижней границей Крамера-Рао.

При значительной частотной неопределенности принимаемого сигнала следует полагать, что информация о  $\{\mathbf{d}, \varphi, \tau\}$  отсутствует. Можно показать [1, 5], что для нахождения МП-оценки несущей частоты ФМ сигнала при условии отсутствия информации о вышеперечисленных параметрах следует максимизировать функцию

$$L(\tilde{\nu}) = \int_{\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |y(\tilde{\nu}, t)|^2 dt \quad (3)$$

по всем рассматриваемым частотам  $\tilde{\nu}$ , таким что  $|\tilde{\nu}| \leq \nu_{\max}$ .

Здесь  $\nu_{\max}$  определяет диапазон частотной неопределенности принимаемого сигнала, а

$$y(\tilde{\nu}, t) = \sum_n z(t_n) \cdot e^{-j2\pi\tilde{\nu}t_n} h(t_n - t).$$

Фактически, сигнал  $y(\tilde{\nu}, t)$  – это отклик согласованного фильтра (СФ) на сигнал вида  $z(t) \cdot e^{-j2\pi\tilde{\nu}t}$ .

Решив уравнение правдоподобия (3), можно получить выражение для нормированной минимальной граничной дисперсии (МГД) оценки несущей частоты, полученной при условии отсутствия априорной информации о  $\{\mathbf{d}, \varphi, \tau\}$ . Выражение для рассматриваемой МГД может быть представлено в виде [1, 5]:

$$\sigma_\nu^2 T^2 = \frac{2\alpha}{\pi^2 K} \frac{1}{E_s/N_0} \left( 1 + \frac{1}{E_s/N_0} \right), \quad (4)$$

Вернемся к рассмотрению выражения (3). Интеграл в (3) определяет энергию сигнала на выходе СФ, измеренную на интервале наблюдения. На основе теоремы Парсеваля можно записать:

$$L(\tilde{\nu}) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 \cdot |H_T(f - \tilde{\nu})|^2 df,$$

где  $H_T(f) = \int_{\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} h(t) e^{-j2\pi ft} dt$  – преобразование Фурье

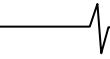
от  $h(t)$  на интервале наблюдения;  $|S(f)|$  – амплитудный спектр принимаемого сигнала, полученный на интервале  $T_0$ .

Отсюда

$$\nu_0 = \arg \left\{ \underset{-\nu_{\max} \leq \tilde{\nu} \leq \nu_{\max}}{\text{Max}} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 \cdot |H_T(f - \tilde{\nu})|^2 df \right\} \right\}, \quad (5)$$

где  $\nu_0$  – искомая МП-оценка несущей частоты.

Введя замену переменных  $f \equiv f - \tilde{\nu}$ , перепишем (5) в виде



$$v_0 = \arg \left\{ \underset{-v_{\max} \leq \tilde{v} \leq v_{\max}}{\text{Max}} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f + \tilde{v})|^2 \cdot |H_T(f)|^2 df \right\} \right\}.$$

Будем полагать, что интервал наблюдения много больше длины импульсной характеристики СФ. Следовательно, модуль спектра  $|H_T(f)|$  можно аппроксимировать характеристикой  $H(f)$ . Так как фильтр Найквиста является частотно-ограниченным, правило вычисления можно переписать в виде:

$$v_0 = \arg \left\{ \underset{-v_{\max} \leq \tilde{v} \leq v_{\max}}{\text{Max}} \left\{ \int_{\frac{1+\alpha}{2T}}^{\frac{1+\alpha}{2T}} |S(f + \tilde{v})| \cdot H(f) df \right\} \right\}. \quad (6)$$

Покажем, что вычисление МП-оценки несущей частоты ФМ сигнала может быть реализовано на основе использования алгоритма БПФ. Пусть длина окна БПФ равна  $N_f$ , а частота дискретизации огибающей преобразуемого сигнала принимает значение  $F_d$ .

Интеграл в (6) может быть представлен в виде:

$$\int_{\frac{1+\alpha}{2T}}^{\frac{1+\alpha}{2T}} |S(f + \tilde{v})| \cdot H(f) df \approx \int_{\frac{1+\alpha}{2T}}^{\frac{1+\alpha}{2T}} |S(m\Delta f + k\Delta f)| \cdot H(k\Delta f) \cdot \Delta f \quad (7)$$

$$\text{где } \Delta f = \frac{F_d}{N_f}; M_1 = \left\lfloor \frac{1+\alpha}{2F_d T} N_f \right\rfloor;$$

$$m = -N_{\max}, \dots, 0, 1, \dots, N_{\max};$$

$$N_{\max} = \left\lfloor \frac{v_{\max}}{F_d} N_f \right\rfloor; \lfloor \cdot \rfloor - \text{операция округления до}$$

целого.

На основании (7) получим

$$v_0 = \arg \left\{ \underset{-N_{\max} \leq m \leq N_{\max}}{\text{Max}} \left\{ \sum_{k=-M_1}^{M_1} |S_{m+k}| \cdot H_k \right\} \right\} \cdot \frac{F_d}{N_f}, \quad (8)$$

$$\text{где } |S_{m+k}| = |S(k\Delta f + m\Delta f)|; H_k = H(k\Delta f).$$

В выражении (8)  $|S_{m+k}|$  – отсчеты амплитудного спектра принимаемого сигнала, вычисленные с помощью БПФ,  $H_k$  – отсчеты АЧХ СФ. Сумму в выражении (8) можно трактовать, как свертку амплитудного спектра принимаемого сигнала, вычисленного с помощью БПФ, с АЧХ СФ.

Таким образом, вычисление МП-оценки несущей частоты ФМ сигнала при отсутствии информации о переданной информационной последовательности, начальной фазе несущей частоты принимаемого сигнала и тактовой синхронизации сводится к нахождению абсциссы максимума рассматриваемой свертки. В принципе, на основании (8) можно получить сколь угодно малую дисперсию оценки несущей частоты. Однако из

выражения (4) следует, что при использовании рассматриваемой МП-оценки получение оценок с дисперсиями, удовлетворяющими условию (1), возможно при достаточно больших интервалах наблюдения (в частности, при  $E_S/N_0=0$  дБ и  $\alpha=0,4$  имеем  $K \geq 3,2 \cdot 10^4$ ).

Для уменьшения интервала наблюдения предлагается использовать двухэтапную процедуру оценивания несущей частоты ФМ сигнала. В основе предлагаемой двухэтапной процедуры оценивания лежит метод умножения фазы принимаемого сигнала, который, как известно, при фазовой модуляции приводит к снятию модуляции и появлению в спектре сигнала ярко выраженного спектрального максимума. Метод умножения фазы известен достаточно давно и используется в схемах восстановления фазы несущего колебания когерентных демодуляторов ФМ сигналов [1, 6, 7]. Однако процедура снятия модуляции ввиду влияния шума и «соседних каналов» неэффективна при большой начальной ошибке по несущей частоте. Поэтому зафиксируем интервал наблюдения таким образом, чтобы реализация МП-оценивания в соответствии с (8) давала достаточно малую дисперсию оценки несущей частоты –  $\sigma_v^2 T^2 \ll 1$  (анализ выражения (4) показывает, что это условие выполняется даже при отношении  $E_S/N_0$  равном 0 дБ уже для значений  $K$  порядка нескольких сотен интервалов тактовой частоты принимаемого сигнала). Затем на базе полученной оценки выполним операцию умножения фазы принимаемого сигнала и проведем оценку частоты максимума в спектре демодулированного сигнала. В качестве финальной оценки частоты предлагается использовать оценку частоты данного максимума.

Таким образом, предложенная процедура состоит в следующем.

На первом этапе производится накопление отсчетов комплексной огибающей принимаемого сигнала  $z_n$  и вычисляется МП-оценка несущей частоты принимаемого сигнала –  $V_0$  (в соответствии с правилом (8)).

На втором этапе осуществляется:

- преобразование накопленных отсчетов  $z_n$  к виду:

$$\hat{z}_n = z_n e^{-j2\pi v_0 \frac{n}{F_d}},$$

- фильтрация отсчетов с помощью фильтра нижних частот (ФНЧ), в функции которого входит уменьшение влияния помех на процедуру умножения фазы сигнала:

$$x_n = \sum_k \hat{z}_{n-k} g(k),$$

где  $g(\cdot)$  – импульсная характеристика данного ФНЧ;

- операция умножения фазы:

$$y_n = (x_n)^{M_\varphi},$$

и только после снятия модуляции производится оценка частоты максимума в спектре сигнала  $y_n$ .

#### Анализ эффективности получаемых оценок

Для анализа эффективности оценок, которую обеспечивает предложенный алгоритм оценивания, исполь-

зовалось компьютерное моделирование. Предложенные процедуры оценивания были реализованы на основе БПФ. При моделировании частотная неопределенность принимаемого сигнала задавалась равной тактовой частоте ( $2\nu_{\max} = 1/T$ ). Моделирование проводилось для  $\alpha = 0,4$ . Для ФМ-2 и ФМ-4 отношение  $E_b/N_0$  изменялось от 0 до 6 дБ, а для ФМ-8 от 6 до 12 дБ.

Вычислялись нормированная дисперсия оценки первого этапа, а также дисперсия оценки, получаемая при реализации предложенной двухэтапной процедуры оценивания. В ходе моделирования для

С целью иллюстрации результатов вычислительных процедур, производимых при реализации предложенного алгоритма оценивания, на рис. 1 приведен нормированный амплитудный спектр одной из реализаций принимаемого сигнала (число  $i$  по оси абсцисс отображает порядковый номер отсчета амплитудного спектра, полученного с помощью БПФ длиной 2048 точек при  $E_b/N_0 = 0$  дБ и модуляции типа ФМ-2). На рис. 2 приведены результаты вычисления свертки данного спектра с АЧХ СФ, а на рис. 3 - спектр сигнала на выходе схемы умножения фазы.

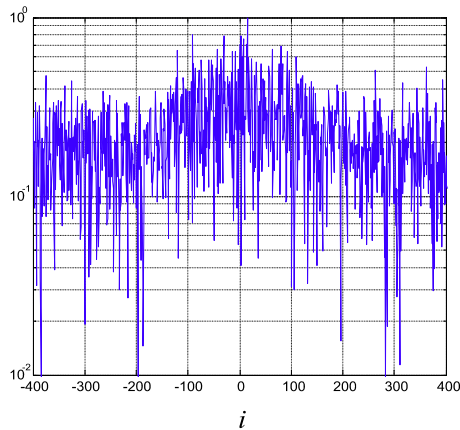


Рис. 1

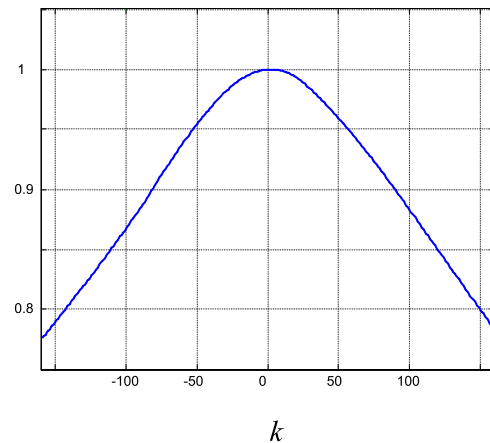


Рис. 2

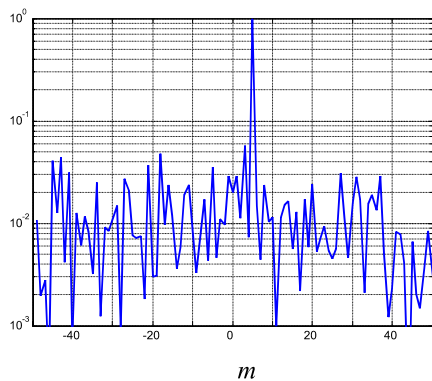


Рис. 3

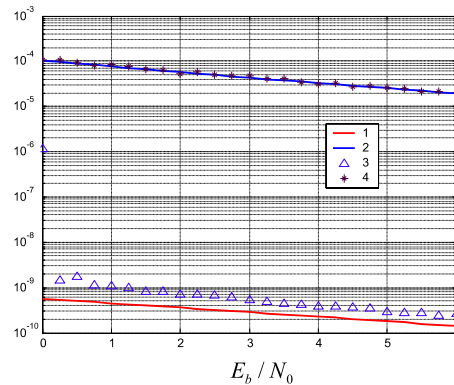


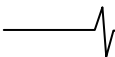
Рис. 4

каждого из перечисленных выше видов модуляции определялся интервал наблюдения, при котором МП-оценка первого этапа дает точность оценивания, достаточную для реализации процедуры умножения фазы принимаемого сигнала на втором этапе. Для определения данного интервала наблюдения использовался переборный метод. Длина интервала наблюдения составляла  $K = 64, 128, 256, 512, 1024$  и  $2048$ . Интервал наблюдения и, соответственно, длина БПФ увеличивались до тех пор, пока дисперсия, получаемая при реализации предложенной двухэтапной процедуры оценивания, не удовлетворяла условию (1) в исследуемом диапазоне отношения  $E_b/N_0$ .

Заметим, что в последнем спектре заметен отчетливый спектральный максимум, на оценке частоты которого собственно построена процедура второго этапа.

При моделировании алгоритма оценивания анализировалось влияние «соседних каналов» на эффективность получаемых оценок.

Моделирование было выполнено для наихудших исходных условий. «Соседние каналы» превышали уровень основного канала на 7 дБ, смещение «соседних каналов» по несущей частоте составляло величину  $\pm 1,4/T$ . На рис. 5 представлен полученный в ходе моделирования амплитудный спектр одной из реализаций принимаемого сигнала в слу-



чае наличия двух «соседних каналов» (длина БПФ равна 2048 точек,  $E_b / N_0 = 0$  дБ, вид модуляции – ФМ-2.), а на рис. 6 – результат вычисления свертки представленного спектра с АЧХ СФ. В данной ситуации реализация процедуры первого этапа алгоритма оценивания, основанного на нахождении абсциссы глобального максимума рассматриваемой свертки, даст ошибочную оценку несущей частоты сигнала основного канала.

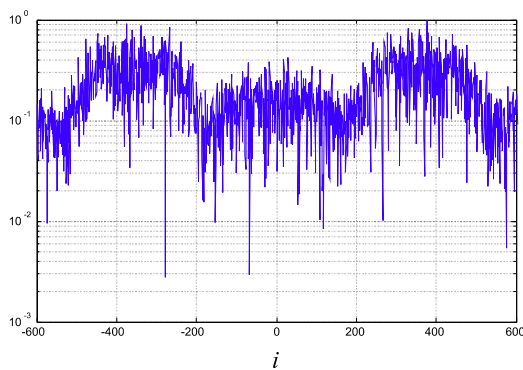


Рис. 5

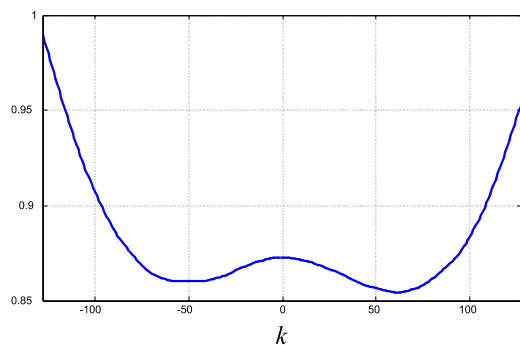


Рис. 6

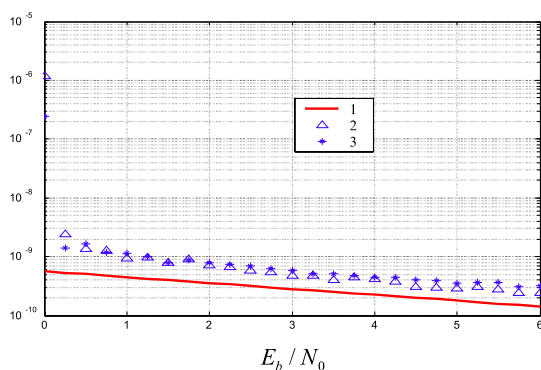


Рис. 7

Для уменьшения влияния «соседних каналов» предлагается корректировка алгоритма оценивания, которая заключается в том, что оценка первого этапа ищется по

абсциссе максимума упомянутой выше свертки, в которой ее первая производная обращается в нуль.

Эффективность оценок, получаемых при реализации двухэтапной процедуры оценивания с использованием предложенной коррекции, иллюстрируют кривые на рис. 7.

На данном рисунке «2» – это дисперсия оценки при отсутствии «соседних каналов», «3» – дисперсия оценки в присутствии двух «соседних каналов», «1» –  $CRLB(v) \cdot T^2$ .

## Заключение

1. Предложен двухэтапный алгоритм оценивания несущей частоты ФМ сигнала, не зависящий от наличия или отсутствия «соседних каналов».

2. Разработанный алгоритм оценивания несущей частоты ФМ сигнала обеспечивает дисперсии оценок, близкие к соответствующим теоретическим границам (т. е. обеспечивает субоптимальное качество оценивания), независимо от наличия или отсутствия «соседних каналов».

3. Предложенная процедура оценивания позволяет получить оценки с требуемой точностью при относительно небольших интервалах наблюдения (512 интервалов для ФМ-4).

4. Для наиболее широко используемого в системах спутниковой связи метода модуляции ФМ-4 разработанный алгоритм оценивания обеспечивает оценки с дисперсиями, которые не более чем в 3 раза выше соответствующих значений нижней границы Крамера-Рао в наиболее значимом в практическом плане диапазоне отношений  $E_b / N_0$  (от 1 до 6 дБ).

## Литература

1. Meyer H., Moeneclaye M. and Fechtel S. A. Digital Communication Receivers. John Wiley&Sons, Inc., New York, 1998.
2. INTELSAT. INTELSAT EARTH STATION STANDARDS (IESS). Performance characteristics for INTELSAT business services (IBS). Document IESS-309 (Rev. 6A). APPROVAL DATE: 30 November 1998.
3. Brusin Ye. A., Nikitin A. A., Scherbakov Ya. Yu. Satellite modems for communication systems with the channels assignment on the requirement. // IEEE/ICC2001/St. Petersburg International Conference on Communications.
4. Брусин Е. А. Оценка несущей частоты ФМ сигналов в демодуляторах спутниковых систем связи // «Электросвязь», № 5, 2007, стр. 12–13.
5. A. N. D'Andrea, U. Mengali, R. Reggiannini, "The modified Cramera-Rao bound and its application to synchronization problem," IEEE Transactions on Communications, vol. 42, no. 2/3/4, Feb/Mar/Apr 1994, pp. 1391-1399.
6. U. Mengali and A. N. D'Andrea, Synchronization Technique for Digital Receivers. Plenum Press, New York, 1997.
7. Банкет В. М., Мельник А. М. Системы восстановления несущей при когерентном приеме дискретных сигналов. Зарубежная радиоэлектроника. 1983. №11.