

УДК 621.391.2

АЛГОРИТМЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ

Кириллов С.Н., Зорин С.В., Бахурин С.А., Хахулин С.С.

Преимущества алгоритмов обработки сигналов на основе вейвлетных разложений.

Основным преимуществом вейвлетного анализа (ВА) по сравнению с анализом Фурье является локализация базисных функций не только в частотной, но и во временной области, что является особенно важным при обработке нестационарных случайных процессов (СП). Кроме того, существенное достоинство алгоритмов ВА, связанное с шириной класса вейвлетных преобразований (ВП), заключается в возможности выбора наиболее подходящего базиса для решения конкретной радиотехнической задачи. Теория ВА в ряде случаев позволяет осуществить синтез и оптимизацию вейвлетных базисов в соответствии с характеристиками обрабатываемых радиотехнических сигналов и требованиями, предъявляемыми к алгоритму обработки. Такими требованиями могут быть условие ортогональности или биортогональности, возможность реализации в реальном масштабе времени, скорость обработки, время задержки и др.

В зависимости от требований, предъявляемых к алгоритмам обработки сигналов, используемых в радиотехнических устройствах сжатия, хранения и передачи информации, целесообразно использовать различные классы вейвлетных функций (ВФ).

Вейвлетные функции класса Мейера.

В случае, когда не предъявляются жестких требований к скорости как прямого, так и обратного преобразования, наиболее часто используются ВФ класса Мейера, обладающие высокой частотной локализацией, обеспечивающие малую ошибку восстановления и имеющие аналитическую форму записи в частотной области [1]:

$$\Phi(\omega) = \begin{cases} \cos(a(\omega)), & |\omega| \in [2\pi/3, 4\pi/3]; \\ 1, & |\omega| \in [0, 2\pi/3]; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1)$$

где $a(\omega)$ – порождающая функция, такая что

$$a(|\omega|) = \pi/2 - a(2\pi - |\omega|), \\ a(2\pi/3) = 0, a(4\pi/3) = \pi/2. \quad (2)$$

В [2] синтезированы оптимальные по критерию минимума дисперсии ошибки восстановления при заданной эффективной длительности ВФ, принадлежащие

Показаны возможности использования в различных радиотехнических устройствах синтезированных обобщенных вейвлетных разложений по критерию минимума дисперсии ошибки восстановления случайных процессов при ограничении на эффективную длительность вейвлетной функции и заданных требованиях на скорость обработки. Показаны преимущества использования предложенных вейвлетных разложений в радиотехнических устройствах обработки речевых сигналов. Произведен синтез максимально-компактных вейвлет-базисов на основе интерполирующей функции-прототипа по критерию минимума произведения эффективной длительности на эффективную полосу частот базисной скейлинга-функции, обеспечивающей снижение среднеквадратической ошибки восстановления при отбрасывании G-ветви разложения до 10% по сравнению с базисными функциями Добеши соответствующего порядка. Предложен алгоритм сжатия речевых сигналов на основе вейвлет-пакетного разложения с адаптацией базиса на каждом уровне, позволяющий снизить скорость передачи речевых сигналов до 4 кбит/с в сетях IP-телефонии. Рассмотрена возможность реализации вейвлет-пакетного разложения на основе искусственных нейронных сетей, показаны пути повышения показателей качества в виде модифицированных алгоритмов обучения и новых видов активационных функций.

классу Мейера. Показано, что при этом порождающая функция должна удовлетворять нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$a''(\omega) - A_1^L \sin(2a(\omega)) = 0. \quad (3)$$

Решения уравнения (3) были получены численными методами для ряда значений множителя Лагранжа A_1^L . Предложено [2] близкое по своим свойствам к оптимальному семейство ВФ, имеющих аналитическую форму записи в элементарных функциях в частотной и во временной областях. При этом порождающая функция имеет вид:

$$a_\varepsilon(\omega) = 2\pi(|\omega| - \pi + \varepsilon)/\zeta, \quad |\omega| \in (\pi - \varepsilon, \pi + \varepsilon), \\ \zeta = \pi/8\varepsilon,$$

а скейлинг функция (СФ) может быть записана в виде:

$$\varphi_\varepsilon(t) = 2\zeta \frac{2\zeta \sin((\pi - \varepsilon)t)/t + \cos((\pi + \varepsilon)t)}{\pi((2\zeta)^2 - t^2)}. \quad (4)$$

Параметр ε обеспечивает гибкость в выборе приоритета между дисперсией ошибки и эффективной длительностью ВФ. Относительный проигрыш квази-оптимальных ВФ (4) по сравнению с оптимальными по критерию эффективной длительности не превосходит 12%. При этом в случае одинаковой эффективной длительности оптимальная ВФ класса Мейера, полученная при решении уравнения (3), обеспе

чивается по сравнению с известной ВФ выигрыш по дисперсии ошибки восстановления 7%.

Практическое использование ВФ класса Мейера приводит к значительным временным задержкам на реализацию соответствующих алгоритмов, что обусловлено бесконечной областью определения ВФ.

Ортогональные вейвлетные разложения, реализуемые на основе рекурсивных фильтров.

Известно [3], что некоторые классы вейвлетных разложений (ВР) с бесконечной областью определения ВФ могут быть реализованы на основе рекурсивных фильтров (РФ) специального вида, которые обеспечивают более высокие показатели по сравнению с нерекурсивными фильтрами. В [4] предложено использовать в алгоритмах ВА ортогональные разложения, осуществляемые семейством РФ, зависящим от трех свободных параметров $(\alpha_1, \beta_1, \beta_2)$:

$$H_j(z) = \sum_{i=0}^3 h_j(i) z^{-i} / (1 - \alpha_1 z^{-2}), \quad j = 0, 1,$$

$$h_0(0) = A - \alpha_1 B, \quad h_0(1) = C - \alpha_1 D,$$

$$h_0(2) = -\alpha_1 A + B, \quad h_0(3) = -\alpha_1 C + D,$$

$$h_1(i) = (-1)^{3-i} h_0(3-i), \quad i = 0, \dots, 3;$$

$$A = \cos(\beta_1) \cos(\beta_1 + \beta_2),$$

$$B = \sin(\beta_1) \sin(\beta_1 + \beta_2),$$

$$C = -\cos(\beta_1) \sin(\beta_1 + \beta_2),$$

$$D = \sin(\beta_1) \cos(\beta_1 + \beta_2).$$
(5)

Оптимизация по критерию минимума дисперсии ошибки восстановления привела к следующим значениям параметров:

$$(\alpha_1, \beta_1, \beta_2) = (-0.61, -0.782, -0.785).$$

На рис. 1 представлена нормированная по амплитуде ВФ, полученная в [4] (кривая 1), а также ВФ Добеши с двумя нулевыми моментами (кривая 2). На рис. 2 приведены квадраты модуля амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) низкочастотных (НЧ) фильтров анализа для предложенного в [4] вейвлетного базиса (кривая 1), базиса на основе фильтра Баттерворта (кривая 2), базиса, полученного в результате ортогонализации биортогонального сплайнового вейвлетного базиса (кривая 3), и базиса Добеши (кривая 4) при одних и тех же вычислительных затратах.

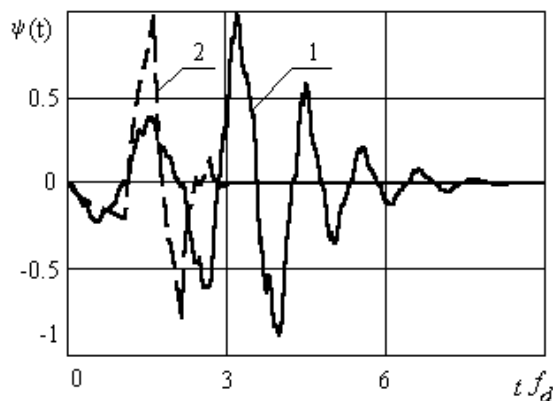


Рис. 1

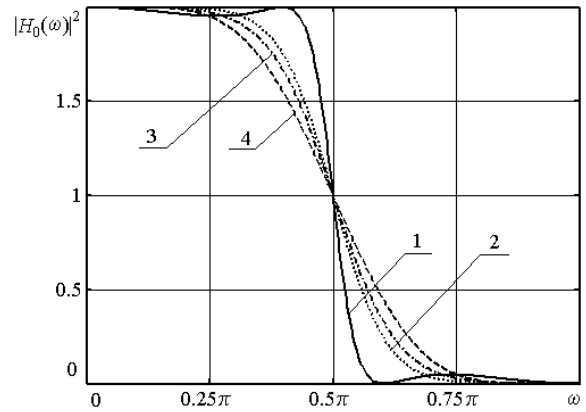


Рис. 2

Показано [4], что выигрыш по дисперсии ошибки восстановления при одних и тех же вычислительных затратах в случае использования предложенных в [4] ВФ по сравнению с ВФ Добеши, а также ВФ, основанными на сплайнах и фильтрах Баттерворта, составляет от 1.9 до 8.3 раза. При этом в случае одной и той же дисперсии ошибки восстановления предложенное ВР снижает вычислительные затраты в 9 раз по сравнению с известными ВФ Добеши. Данные выигрыши обеспечиваются при большей степени близости формы АЧХ фильтра анализа в случае предложенной в [4] ВФ к идеальной прямоугольной.

В [4] предложено определяемое параметром α_1 в (5) семейство ВФ, с различной эффективной длительностью, оптимальное по критерию минимума дисперсии ошибки восстановления, которое рекомендовано использовать при решении задач, где важна гибкость при выборе соотношения между эффективной длительностью ВФ и дисперсией ошибки восстановления.

Биортогональные вейвлетные разложения, реализуемые на основе рекурсивных фильтров.

На основе РФ в реальном масштабе времени может быть реализовано только одно ортогональное преобразование – прямое или обратное, тем не менее, в некоторых радиотехнических устройствах могут потребоваться высокие скорости обработки, как при анализе, так и при синтезе обрабатываемых СП.

Использование биортогональных ВР допускает эффективные в вычислительном отношении алгоритмы на основе РФ, как при прямом, так и при обратном преобразовании.

В [5] предложена реализация биортогональных ВР на основе представленной на рис. 3 схемы лифтинга, в которой в качестве корректоров и предсказателей применяются РФ с импульсными характеристиками, z-преобразование которых имеет вид:

$$F^c(z) = a_0^c + a_1^c z^{-1} + a_2^c z^{-2} / (1 - b_1^c z^{-1}),$$

$$F^p(z) = a_0^p + a_1^p z^1 + a_2^p z^2 / (1 - b_1^p z^{-1}).$$
(6)

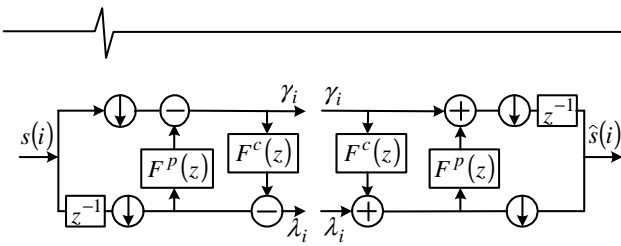


Рис. 3

Получены выражения для дисперсии ошибки восстановления СП при отбрасывании высокочастотных (ВЧ) или НЧ компонентов в случае биортогональных ВР. Оценено взаимное влияние корреляционных функций (КФ) обрабатываемого СП и КФ дуальной и первичной ВФ и СФ на качество восстановленного сигнала. Произведена оптимизация коэффициентов РФ предсказания и коррекции в предложенном варианте схемы лифтинга, при этом по сравнению с алгоритмами на основе биортогональных ВФ Когена-Добеши-Фово (2,6) и ортогональных ВФ Добеши (4-нулевых момента) обеспечивается в 1.5 раза меньшая дисперсия ошибки восстановления сигнала с прямоугольным спектром при одних и тех же вычислительных затратах.

Вейвлетные разложения произвольной кратности.

В некоторых радиотехнических устройствах может потребоваться поэтапное разбиение частотного диапазона обрабатываемого процесса на большее чем 2 число полос, в этом случае целесообразно использовать ортогональные ВР произвольной кратности. В [6] произведена оптимизация таких ВР при фиксированных коэффициентах смежности и длительности ВФ, а также известной КФ обрабатываемого СП. Дискретный вариант локальных тригонометрических базисов (ЛТБ), который может рассматриваться как частный случай ВР произвольной кратности, был оптимизирован в [7].

Оптимизация ВР осуществлялась для корреляционных функций ряда фонем русского языка. Данные, приведенные в таблице 1, показывают, что по сравнению с алгоритмами на основе ВФ Добеши (АД) и ЛТБ предложенные в [6] алгоритмы (ПА) обеспечивают уменьшение дисперсии ошибки восстановления D от 1.5 до 5 раз в зависимости от коэффициентов сжатия M , смежности K_c и длительности ВФ L , при одних и тех же относительных вычислительных затратах (ВЗ).

Таблица 1

ВЗ	$D(L), M = 4$		M	$D, K_c = 2$	
	ПА	АД		ПА	ЛТБ
1	0.033(8)	0.098(10)	3	0.006	0.022
1.5	0.018(12)	0.054(16)	4	0.034	0.127
2	0.013(16)	0.033(22)	5	0.061	0.171
2.5	0.011(20)	0.022(28)	6	0.193	0.262

На рис. 4 показаны нормированные к максимальному значению квадраты $Q(\omega)$ АЧХ фильтров анализа, соответствующие предложенному в [6] алгоритму (кривая 1) с длиной базисных функций равных 8 и алгоритму Добеши (кривая 2) при одних и тех же вычислительных затратах, где частота ω нормирована к частоте дискретизации СП.

Выигрыш по дисперсии ошибки восстановления СП объясняется большей степенью соответствия АЧХ фильтра анализа в случае предложенного алгоритма (кривая 1) спектру обрабатываемого сигнала (кривая 3).

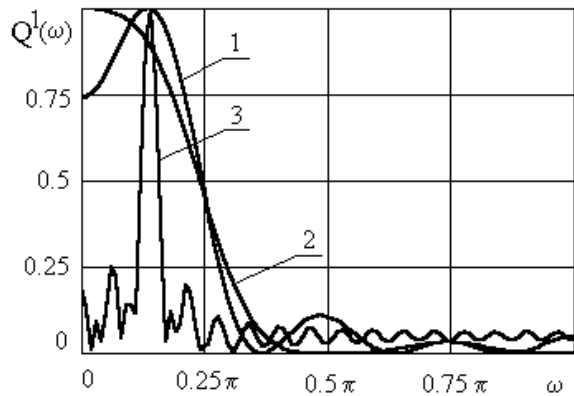


Рис. 4

В целях снижения вычислительных затрат на оптимизацию ВР в [6, 7] предложены процедуры расчета целевой функции, сокращающие размерность вектора оптимизируемых параметров.

Обобщение ВФ класса Мейера на кратно-масштабный анализ произвольной кратности.

ВА произвольной кратности тесно связан с алгоритмами обработки, основанными на использовании ЛТБ и систем банков фильтров. В [8] на основе теории гладких ЛТБ с перекрывающейся областью определения ВФ класса Мейера обобщены на кратно-масштабный анализ (КМА) произвольной кратности и спроектированы системы банков фильтров.

Преобразование Фурье $\gamma_n^k(\omega)$ обобщенных ВФ $\Gamma_n^k = \Gamma^k(t - n)$, где индекс k определяет номер частотного поддиапазона, а n – временной сдвиг, имеет вид:

$$\begin{aligned} \gamma_n^0(\omega) &= \tau_0(\omega) \exp(-i\omega n), \\ \gamma_n^k(\omega) &= \alpha_n^k(\omega) + i\beta_n^k(\omega), \quad k = 1 \dots M - 1, \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \alpha_n^k(\omega) &= \tau_k(|\omega|) \sin((2n+1)(|\omega| - k\pi)/2), \\ \beta_n^k(\omega) &= \text{sign}(\omega) \tau_k(|\omega|) \cos((2n+1)(|\omega| - k\pi)/2). \end{aligned} \tag{9}$$

При этом для амплитудных спектров $\tau_k(\omega)$ обобщенных ВФ должны выполняться условия:

$$\begin{aligned} \tau_k(\omega) &= \sin(a_k(\omega)), \quad \omega \in [k\pi - \varepsilon_k, k\pi + \varepsilon_k], \\ \sum \tau_k^2(\omega) &= 1, \quad k\pi + \varepsilon_k < (k+1)\pi - \varepsilon_{k+1}, \\ \tau_{M-1}^k(\omega) &= \tau_0(\omega/M), \\ \omega &\in [M(\pi - \varepsilon_1), M(\pi + \varepsilon_1)]. \end{aligned} \tag{10}$$

Вейвлетные функции класса Мейера произвольной кратности и банки фильтров.

В [3] показано, что отчеты импульсной характеристики (ИХ) фильтров анализа системы банков фильтров, реализующей разложение по таким ВФ, определяются как значения соответствующих непрерывных ВФ в определенные моменты времени по равенствам:

$$h_i^k = \Gamma^k(i/M), \quad k = 0, 1, \dots, M-2, \quad (11)$$

$$h_i^{M-1} = (-1)^i \Gamma^0((i+2-M)/M).$$

Предложено использовать разработанное семейство банков фильтров, определяющихся функциями:

$$a_k(\omega) = \frac{\pi}{2} \begin{cases} [\omega - (k\pi - \varepsilon_k)]/2\varepsilon_k, & \omega \in J_k; \\ 1, & \omega \in [k\pi + \varepsilon_k, (k+1)\pi - \varepsilon_{k+1}]; \\ [((k+1)\pi + \varepsilon_{k+1}) - \omega]/2\varepsilon_{k+1}; & \\ \omega \in J_{k+1}; & \\ J_k = [k\pi - \varepsilon_k, k\pi + \varepsilon_k] & \end{cases} \quad (12)$$

Основными достоинствами этого семейства являются аналитическая форма записи на основе элементарных функций как в частотной, так и во временной областях, а также возможность гибким образом разбивать частотный диапазон обрабатываемого СП в соответствии с заданным числом подполос и шириной переходных зон. По сравнению с банками фильтров на основе ВФ Шеннона предложенное в [8] семейство банков фильтров обеспечивает для $\varepsilon = \pi/6$ при значении $L=100$ ненулевых коэффициентов ИХ выигрыш по уровню боковых лепестков – 17.8 дБ, по коэффициенту подавления – 23.4 дБ, по дисперсии ошибки восстановления – 15.9 дБ.

Использование ВФ в задачах обработки речевых сигналов.

Практические аспекты применения предложенных в [2,4...8] и других известных ВФ рассмотрены в работах [9...11]. Результаты, приведенные в [9], показывают, что использование алгоритмов сжатия на основе ВР, обеспечивает меньшую чувствительность качества речи к пропаданию пакетов, в случае их использования в IP-телефонии. Так, если предложенный алгоритм на основе оптимизированных рекурсивных фильтров приводит к одинаковому качеству речи $K_p = 4.4$ по сравнению с рекомендованным стандартом G723.1 алгоритмом MPMLQ на скорости 6.3 кбит/с при отсутствии пропадания пакетов, то в случае пропадания 5% пакетов предложенный и известный алгоритмы обеспечивают качество речи $K_p = 4.1$ и $K_p = 3.7$ баллов соответственно, т.е. выигрыш составляет 0.4 балла.

В [10] показано, что в устройствах сжатия речевых сигналов при скорости передачи 6 кбит/с по сравнению с ВФ Добеши, обеспечивающими качество речи 3.9 балла, применение предложенных ВФ класса Мейера [2], а также ортогональных [4] и биортогональных [5] ВФ на основе рекурсивных фильтров позволяет повысить качество речи до 4.5, 4.3 и 4.1 балла соответственно. В устройствах повышения качества РС использование предложенных в [2, 4,5] ВР по сравнению с ВФ Добеши позволяет уменьшить относительную мощность шума обработанного РС в 1,2...2 раза в случае широкополосной помехи, в 1,3...3,7 раз в случае узкополосной помехи и в 1,13-2,1 раза для случая линейной комбинации широкополосной и узкополосной помех, имеющих одну и ту же мощность.

Синтез ортогональных вейвлет-базисов на основе интерполирующей функции-прототипа.

Теория вейвлет-разложения строится на понятии кратномасштабного анализа функционального пространства, представляющего собой последовательность вложенных друг в друга замкнутых подпространств [1,3]

$$\dots \subset V^{-1} \subset V^0 \subset V^1 \subset V^2 \subset \dots \quad (13)$$

пространства $L^2(R)$, таких что

$$\bigcup_{j \in Z} V^j = L^2(R);$$

$$\bigcap_{j \in Z} V^j = \{0\}; \quad (14)$$

$$f(t) \in V^j \Rightarrow f(2t) \in V^{j+1},$$

существует масштабирующая (скейлинг) функция $\varphi(t) \in V^0$, чьи сдвиги образуют ортонормированный базис пространства V^0 .

Из выражения (14) можно получить масштабирующее уравнение вида [1,3]:

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in Z} h_n \varphi(2t - n), \quad (15)$$

где h_n , $n \in Z$ – некоторый набор коэффициентов. В частотной области масштабирующее уравнение (15) можно представить как

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \tilde{m}_0(\omega/2) \tilde{\varphi}(\omega/2), \quad (16)$$

где $\tilde{\varphi}(\omega) = F[\varphi(t)]$ – преобразование Фурье скейлинг-функции $\varphi(t)$,

$$\tilde{m}_0(\omega) = (1/\sqrt{2}) \sum_{n \in Z} h_n \exp(-jn\omega). \quad (17)$$

Как было показано в [1], для того чтобы скейлинг-функция $\varphi(t)$ образовывала бы ортонормированный базис вложенного пространства V^0 , необходимо почти всюду выполнение равенств:

$$\sum_{n \in Z} |\tilde{\varphi}(\omega + 2\pi n)|^2 = 1/2\pi, \quad (18)$$

$$|\tilde{m}_0(\omega)|^2 + |\tilde{m}_0(\omega + \pi)|^2 = 1.$$

Пространства функций W^n , $n \in Z$ можно определить как ортогональные дополнения пространств V^n до пространств V^{n+1} :

$$V^{n+1} = V^n \oplus W^n. \quad (19)$$

Тогда функции $\psi(t) \in W^0$, чьи целочисленные сдвиги образуют ортонормированный базис пространства W^0 и удовлетворяют масштабирующему уравнению вида [0]:

$$\tilde{\psi}(\omega) = \exp(j\omega/2) \tilde{m}_0(\omega/2 + \pi) \tilde{\varphi}(\omega/2), \quad (20)$$

или во временной области

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in Z} g_n \varphi(2t - n), \quad (21)$$

$$\text{где } g_n = (-1)^{1-n} h_{1-n}, \quad n \in Z, \quad (22)$$

называют вейвлет-функциями.

При использовании ВР для дискретных или цифровых сигналов применяют только коэффициенты масштабирующих уравнений (15) и (21): h_n и g_n , а сами скейлинг и вейвлет-функции не вычисляются [1, 3]. Таким образом, для синтеза вейвлет-базиса необходимо разработать алгоритм синтеза коэффициентов h_n масштабирующего уравнения (15) и скейлинг функции $\varphi(t)$, удовлетворяющие (18).

Поскольку целочисленные сдвиги скейлинг функции $\varphi(t)$ образуют ортонормированный базис пространства V_0^0 , то автокорреляционная функция $R_\varphi(t)$ удовлетворяет условию интерполяции:

$$R_\varphi(n) = \delta_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0, \end{cases} \quad n \in Z. \quad (23)$$

Исходя из вышеизложенного, любая интерполирующая функция $x(t)$ может служить прототипом скейлинг функции, а значит и кратномасштабного анализа [12], для построения которого необходимо по имеющейся автокорреляционной функции $R_\varphi(t) = x(t)$ восстановить скейлинг функцию $\varphi(t)$ и вычислить коэффициенты h_n масштабирующего уравнения (15). При этом необходимо определить точные значения коэффициентов h_n и g_n , а сами базисные функции можно получить через их бесконечную свертку с их же сжатиями и растяжениями, что следует непосредственно из масштабирующих уравнений (15) и (21).

Известно [13], что

$$\tilde{x}_0(\omega) + \tilde{x}_0(\omega + 2\pi) = 2. \quad (24)$$

Сравнивая выражение (24) с условиями (18) получим:

$$\tilde{m}_0(\omega) = \sqrt{\tilde{x}_0(2\omega)/2}. \quad (25)$$

Таким образом, коэффициенты масштабирующего уравнения можно рассчитать через обратное преобразование Фурье:

$$h_n^0 = \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{m}_0(\omega) \exp(j\omega n \Delta t) d\omega, \quad n \in Z, \quad (26)$$

где h_n^0 – коэффициенты учитывающие сдвиги с шагом 0.5, из которых необходимо выделить только коэффициенты целочисленных сдвигов:

$$h_n = h_{2n}^0, \quad n \in Z. \quad (27)$$

Таким образом, синтез коэффициентов масштабирующего уравнения сводится к вычислению спектра дискретной интерполирующей функции, возведению спектра в степень 0.5, взятию обратного преобразования Фурье с последующим выбором коэффициентов целочисленных сдвигов [13]. Необходимо отметить тот факт, что практический интерес представляют только четные вещественные интерполирующие функции $x_0(t)$, в этом случае их преобразование Фурье $\tilde{x}_0(\omega)$ также является четной, вещественной функцией. Если $\tilde{x}_0(\omega)$ всюду неотрицательна, то

$$\tilde{m}_0(\omega) = \sqrt{\tilde{x}_0(2\omega)/2}$$

также четная вещественная функция и все h_n , $n \in Z$ вещественны. В случае если $\tilde{x}_0(\omega)$ не является всюду

неотрицательной, то это означает, что среди вещественных функций отсутствует такая, чья автокорреляционная функция представляла бы собой $x(t)$. В качестве примера можно рассмотреть сплайн нулевого порядка (прямоугольный импульс)

$$x(t) = \begin{cases} 1, & t \in [-0.5 \ 0.5], \\ 0, & t \notin [-0.5 \ 0.5], \end{cases} \quad (28)$$

чье преобразование Фурье имеет отрицательные значения. Действительно, среди вещественных сигналов невозможно определить такой, автокорреляционная функция которого представляла бы прямоугольный импульс.

Использование в качестве интерполирующей функции сплайна первого порядка

$$x(t) = \begin{cases} 1+t, & t \in [-1 \ 0], \\ 1-t, & t \in [0 \ 1], \\ 0, & t \notin [-1 \ 1], \end{cases} \quad (29)$$

с учетом выражений (25), (26) и (27) приводит к коэффициентам масштабирующего уравнения вида

$$h = [\sqrt{2} \ \sqrt{2}], \quad g = [\sqrt{2} \ -\sqrt{2}], \quad (30)$$

соответствующих известной вейвлет-функции Хаара [1, 3]. Увеличивая порядок сплайна, можно получить семейство сплайн-вейвлетов [12].

Аналогичным образом, применяя интерполирующие функции различных классов, можно получить другие семейства вейвлет-базисов, например вейвлеты на основе атомарных функций [14] или вейвлет Шеннона [12] на основе функции $x(t) = \text{sinc}(\pi t)$. При этом соответствующим выбором параметров интерполирующей функции прототипа можно регулировать параметры вейвлет-функций такие как временная и частотная локализация, количество отличных от нуля коэффициентов масштабирующего уравнения h_n и g_n , тем самым улучшать качество и увеличивать скорость обработки радиотехнических сигналов.

Синтез максимально-компактных вейвлет-базисов по критерию минимума произведения эффективной длительности на эффективную полосу частот.

Для снижения ошибок восстановления сигналов при заданном коэффициенте сжатия целесообразно использовать компактные базисные системы. В связи с этим, в [13] предложено произвести синтез максимально-компактных базисных систем по критерию минимума произведения эффективной длительности $T_{\text{эф}}^2$ на эффективную полосу частот $\omega_{\text{эф}}^2$ скейлинг-функции $\varphi(t)$:

$$T_{\text{эф}}^2 \cdot \omega_{\text{эф}}^2 \rightarrow \min,$$

$$T_{\text{эф}}^2 = (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \cdot |\varphi(t)|^2 dt / 2E,$$

$$\omega_{\text{эф}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \cdot |\vartheta(\omega)|^2 d\omega / 4\pi E, \quad (31)$$

$\vartheta(\omega)$ - Фурье-спектр скейлинг-функции $\varphi(t)$, E - энергия $\varphi(t)$.

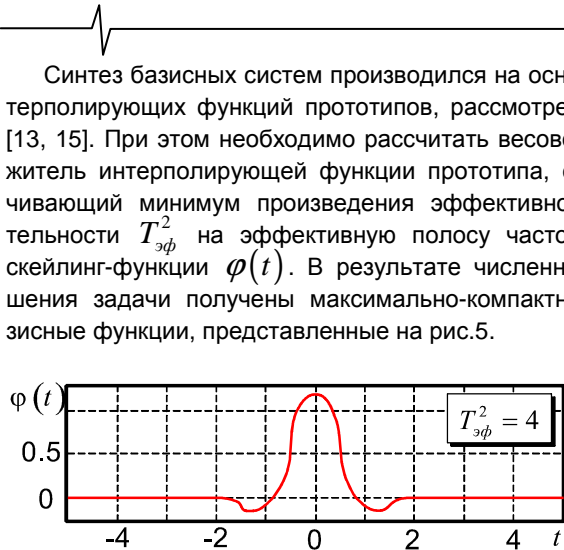


Рис. 5

Алгоритм вейвлет-пакетного разложения с адаптацией базиса на каждом уровне.

Обычно при построении алгоритмов сжатия используют многоуровневое вейвлет-пакетное разложение (ВПР) при котором выделяются ветви разложения с максимальной энергией, а остальные обнуляются. В этом случае для построения алгоритмов сжатия на основе ВПР используют одну базисную систему, выбирая ее с точки зрения минимальной среднеквадратической ошибки (СКО) восстановления при заданном коэффициенте сжатия. Однако наиболее эффективным с точки зрения снижения СКО восстановления сигнала является алгоритм с адаптацией базиса на каждом уровне разложения, структурная схема которого представлена на рис 6.

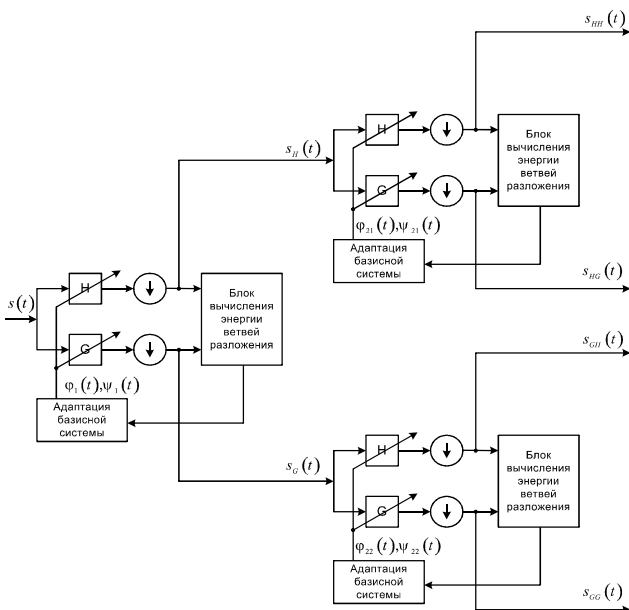


Рис. 6

Адаптация базисной системы заключается в выборе параметров весовых множителей интерполирующих функций прототипов [16] по критерию минимума энергии на выходе G-ветви разложения.

Экспериментальные исследования

Экспериментальные исследования синтезированных максимально-компактных по критерию минимума произведения эффективной длительности на эффективную полосу частот базисной скейлинг-функции проводились для речевого сигнала при отбрасывании G-ветви ВПР. Производился расчет СКО восстановления сигнала при усреднении по ансамблю из 10 дикторов различного пола и возраста при анализе 10 фраз. Таким образом, размер статистики составлял 100 реализации исходного сигнала. При анализе производился предварительный синтез максимально-компактного базиса на основе численного расчета весового множителя $\Gamma_\varphi(t)$ синтезирующей функции прототипа $x(t)$. Синтез производился для различных эффективных длительностей $T_{эф}^2$ базисной скейлинг-функции.

На рис. 7 представлены зависимости СКО восстановления при отбрасывании G-ветви разложения сигнала от эффективной длительности базисных систем Добеши и синтезированных максимально-компактных базисных систем.

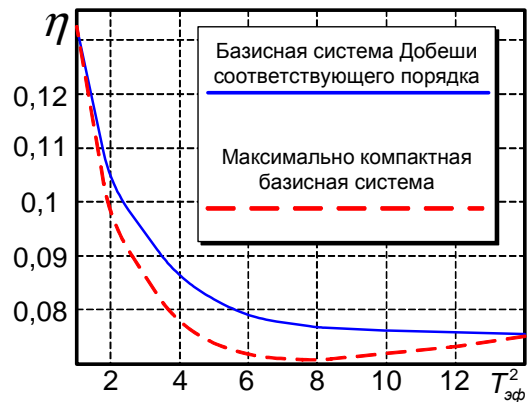


Рис. 7

Как следует из анализа рис. 7, использование максимально-компактных базисных систем обеспечивает снижение СКО восстановления до 10 % при эффективной длительности $T_{эф}^2 = 2..8$. При $T_{эф}^2 = 1$ синтез максимально-компактной базисной системы приводит к базису Хаара [1], единственно-возможной базисной системе при заданной эффективной длительности скейлинг-функции.

При эффективной длительности базисной скейлинг-функции $T_{эф}^2 > 8$, СКО восстановления при использовании синтезированного базиса увеличивается ввиду уменьшения скорости убывания боковых лепестков синтезирующей функции прототипа, а значит увеличения эффекта наложения.

Таким образом, применение максимально-компактных базисных систем при $T_{эф}^2 = 2..8$ приводит к уменьшению ошибки восстановления, в то время как при $T_{эф}^2 > 8$ использование максимально-компактных базисных систем не целесообразно.

На рис. 8 представлены зависимости нормированной СКО η восстановления речевого сигнала от скорости передачи при различной разрядности представления η коэффициентов разложения в случае использования алгоритма сжатия с адаптацией на каждом уровне разложения.

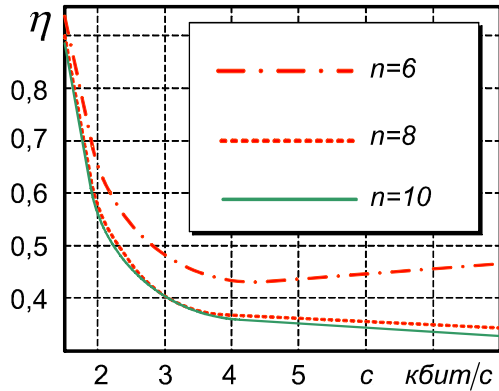


Рис. 8

Как следует из анализа рис. 8 использование адаптации базисных систем на каждом уровне разложения приводит хорошему качеству восстановления речи при скорости менее 4 кбит/с.

Реализация вейвлет-пакетного разложения в нейросетевом логическом базисе.

Для реализации алгоритма ВА возможно использование искусственных нейронных сетей (ИНС), обладающих рядом полезных свойств, таких как обучаемость, робастность и параллельность вычислений [17, 18,19]. Возможно два варианта реализации ВПР на основе ИНС. Первый из них заключается в использовании вместо ВФ нейронов с заданной нелинейной активационной функцией, что позволяет задавать определенные свойства алгоритма ВПР в процессе обучения. Второй вариант реализации заключается в использовании полносвязной двухслойной ИНС прямого распространения, что позволяет сократить временные затраты на обработку при аппаратной реализации на базе ПЛИС.

На рис. 9 представлена структура эквивалентной ИНС, топология которой однозначно определяется используемым ВПР и типом исходной ВФ. На рис. 9 и 10 через $u_j^k(i)$ обозначен i-й спектральный отсчет, соответствующий глубине разложения k в j-й частотной полосе.

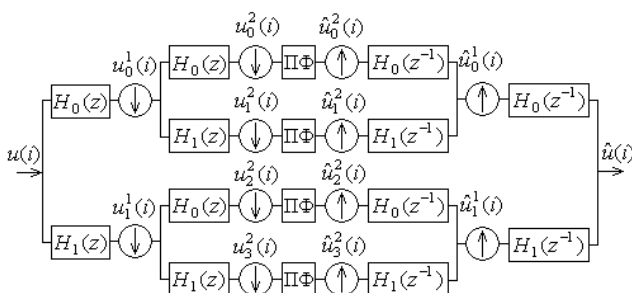


Рис. 9

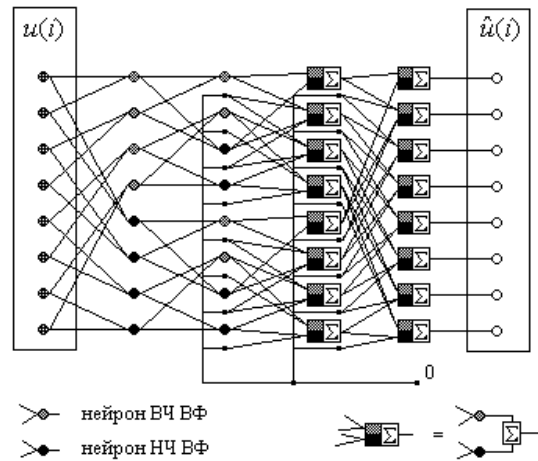


Рис. 10

В соответствии с рис. 9 переход от одних подполосных сигналов к другим осуществляется на основе соотношений:

$$u_{2j}^k(i) = h_0(0) \cdot u_j^{k-1}(2i) + h_0(1) \cdot u_j^{k-1}(2i + 1), \tag{32}$$

$$u_{2j+1}^k(i) = h_1(0) \cdot u_j^{k-1}(2i) + h_1(1) \cdot u_j^{k-1}(2i + 1)$$

– на этапе анализа, и соотношений

$$\hat{u}_j^{k-1}(2i) = h_0(0) \cdot \hat{u}_{2j}^k(i) + h_1(0) \cdot \hat{u}_{2j+1}^k(i), \tag{33}$$

$$\hat{u}_j^{k-1}(2i + 1) = h_0(1) \cdot \hat{u}_{2j}^k(i) + h_1(1) \cdot \hat{u}_{2j+1}^k(i).$$

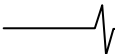
– на этапе синтеза, где в случае известных ортогональных фильтров Хаара

$$h_0(0) = h_0(1) = h_1(0) = 1/\sqrt{2}, \quad h_1(1) = -1/\sqrt{2}. \tag{34}$$

Структура эквивалентной ИНС при других глубинах разложения и типах ВФ имеет аналогичный характер. Как следует из анализа рис. 10, эквивалентная ИНС состоит из двух подсетей, первая из которых осуществляет разложение, а вторая – синтез сигнала. Количество слоев в каждой подсети определяется глубиной ВПР, характер и число синаптических связей внутри каждого слоя – длительностью ИХ фильтров анализа (первая подсеть) и синтеза (вторая подсеть), при этом их веса иницируются равными значениями коэффициентов соответствующих ИХ.

Эффективность алгоритмов ВПР, обусловленная высокой локализацией базисных функций как в частотной, так и во временной областях, связана с широким выбором ВФ трешхолдинга. Кроме того, разнообразие структур ВПР позволяет разбивать частотный диапазон обрабатываемого сигнала с достаточно высокой степенью свободы. Для ИНС характерно наличие таких свойств, как обучаемость, возможность обобщения, толерантность [17,18], которые при реализации алгоритмов обработки сигналов на основе ИНС обеспечивают свойство робастности.

Реализация алгоритмов обработки сигналов на ИНС сопряжена с решением задач выбора оптимальной топологии сети и определения адекватной и репрезентативной обучающей выборки (ОВ) [17,18]. Задание свойств векторов ОВ и соотношений между образцами,



описывающими различные частные случаи, оказывает сильное влияние на функционирование ИНС в реальных условиях.

Рассмотрим задачу улучшения качества речевых сигналов при использовании нейросетевой реализации ВПР в случае действия акустических помех. В этом случае ОВ составляется из пар векторов, описывающих дискретный РС на входе и ожидаемый сигнал на выходе ИНС. Без учета мешающих воздействий обучение не требуется, так как при использовании линейных АФ нейронов синаптические связи, определенные алгоритмом ВПР, однозначно задают нейросетевую структуру. Как показано в [11] для улучшения качества РС необходимо провести корректировку весов синаптических связей в соответствии с помеховой обстановкой, то есть осуществить обучение ИНС на выборке, репрезентативно описывающей воздействие акустических шумов на РС.

С целью сокращения времени обучения ИНС, используемые для прямого и обратного ВПР, должны обучаться отдельно. Решение задачи улучшения качества РС на основе нейросетевого ВПР может быть обеспечено путем подбора ОВ, отвечающей следующим требованиям:

- входные векторы описывают дискретные сигналы, подверженные воздействию акустических шумов;
- выходные векторы представляют собой ВПР соответствующих сигналов без шумов;
- аналогичная стратегия используется при подборе векторов ОВ для ИНС, осуществляющей обратное ВПР.

При использовании полносвязной ИНС процесс обучения организуется аналогично предыдущему случаю. Однако наличие большего количества синаптических связей позволяет более эффективно проводить очистку сигналов от шумов [20]. Кроме того, использование двухслойной полносвязной ИНС позволяет эффективно реализовывать алгоритм ВПР с глубинами разложения до пяти. В таком случае быстрое действие аппаратной реализации на ПЛИС по сравнению с использованием параллельных цифровых фильтров повышается в 2,5 раза.

С целью повышения эффективности нейросетевой реализации ВПР в работах [21,22] предложено использовать модифицированные алгоритмы обучения на основе алгоритма обратного распространения ошибки, позволяющие сократить вычислительные затраты на обучение от 2 до 5 раз, а также уменьшить ошибки как на тестовой, так и на обучающей выборке.

Большое значение при реализации нейросетевых алгоритмов играет выбор вида активационных функций (АФ), который оказывает влияние на скорость обучения, уровень критерия качества и топологию нейронной сети. Обычно при реализации алгоритмов цифровой обработки сигналов используются линейные или сигмоидальные АФ. В [19] показано, что использование биполярной бисигмоидальной и финитной АФ позволит повысить устойчивость алгоритмов к действию мешающих факторов, а также дополнительно снизить ошибки преобразования. Формы финитной и биполярной бисигмоидальной АФ описываются выражениями (35) и (36) соответственно

$$f(s) = b^{2-v-\mu} \cdot \left[\frac{v-1}{v+\mu-2} \right]^{1-v} \times \left[1 - \frac{v-1}{v+\mu-2} \right]^{1-\mu} \cdot s^{v-1} \cdot (b-s)^{\mu-1}, \quad (35)$$

$$|s| \leq |b|;$$

$$f(s) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha s + \beta)} - \left[1 - \frac{1}{1 + \exp(-\alpha s - \beta)} \right]. \quad (36)$$

Параметры μ и v финитной активационной функции определяют ее форму, а параметр b – зону эффективных значений взвешенной суммы входного вектора нейрона s . Для корректировки формы биполярной бисигмоидальной АФ используется параметр α , определяющий крутизну активационной функции, и параметр β , задающий зону нечувствительности нейрона.

Таким образом, наиболее эффективные реализации алгоритма ВПР на основе ИНС основываются на использовании модифицированных алгоритмов обучения в сочетании с использованием финитной и биполярной бисигмоидальной активационных функций.

Выводы.

Показаны возможности использования алгоритмов вейвлет-анализа в различных радиотехнических устройствах обработки сигналов. При этом в зависимости от решаемой задачи и требованиях к скорости обработки можно рекомендовать:

1. В случае, когда не предъявляется жестких требований к скорости прямого и обратного преобразования, а также требуется обеспечить малую ошибку восстановления, целесообразно использовать ВФ класса Мейера, обладающих высокой частотной локализацией. При этом дисперсия ошибки восстановления может быть снижена на 7%, по сравнению с известными ВФ.

2. В случае, когда высокие требования к быстрдействию устройства обработки предъявляются только для прямого или обратного преобразования, целесообразно использовать ортогональные ВР в виде РФ. При этом вычислительные затраты могут быть снижены в 9 раз по сравнению с ВФ Добеши при той же дисперсии ошибки восстановления

3. Для обработки в реальном масштабе времени целесообразно применять биортогональные вейвлетные разложения, реализуемые на основе РФ, обеспечивающие снижение вычислительных затрат в 9 раз по сравнению с ВФ Добеши, при небольшом увеличении дисперсии ошибки восстановления по сравнению с ортогональным ВР на основе РФ.

4. Кратно-масштабный анализа произвольной кратности наиболее целесообразно производить при

использовании обобщенных ВФ Мейера при реализации в виде систем банков фильтров. По сравнению с банками фильтров на основе ВФ Шеннона предложенное семейство банков фильтров обеспечивает для $\varepsilon = \pi/6$ при значении $L=100$ ненулевых коэффициентов ИХ выигрыш по уровню боковых лепестков – 17.8 дБ, по коэффициенту подавления – 23.4 дБ, по дисперсии ошибки восстановления – 15.9 дБ. При этом использование предложенных ВФ Мейера, а также ортогональных и биортогональных ВФ на основе РФ позволяет повысить качество речи до 4,5 баллов при скорости передачи 6 кбит/с.

5. В случае, когда требуется обеспечить минимальную ошибку при сжатии сигналов, а также когда не предъявляется жестких требований к скорости обработки, наиболее целесообразно использовать ВПР с адаптацией базиса на каждом уровне разложения. При этом хорошее качество речи может быть получено при скоростях передачи 3,8...4 кбит/с.

6. Для уменьшения количества вычислительных затрат при сжатии сигналов ВПР целесообразно реализовать на основе ИНС при использовании биполярной бисигмоидальной и финитной АФ, что позволит повысить точность преобразования по сравнению с использованием сигмоидальных АФ в 4...8 раз.

Библиографический список

1. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. С-Пб.: Военный университет связи, 1999. 204 с.
2. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Синтез оптимальных вейвлетных функций класса Мейера с ограниченной эффективной длительностью. // Цифровая обработка сигналов. 2004. №3.
3. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. С-Пб.: Издательство СПбГТУ, 1999. 132 с.
4. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Реализация алгоритмов вейвлет-анализа на основе рекурсивных фильтров. Радиотехника. 2002 г. № 3. С. 33-37.
5. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Алгоритмы биортогонального вейвлет-анализа на основе рекурсивных фильтров // Цифровая обработка сигналов. 2001. №3. С. 9-12.
6. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Оптимальные по минимуму среднеквадратической ошибки вейвлетные представления случайных процессов // Цифровая обработка сигналов. 2002. № 2. С. 32-35.
7. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Оптимальные по критерию минимума среднеквадратической ошибки восстановления сигнала локальные базисы с перекрывающейся областью определения. // Радиотехника. №6. С.17-22.
8. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Проектирование банков фильтров на основе теории кратномасштабного анализа. // Цифровая обработка сигналов. 2005. №4.
9. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Применение алгоритмов вейвлет-анализа для сжатия речевых сигналов в IP-телефонии // Электросвязь. 2001 г. № 4. С 40–42.
10. Зорин С.В. Эффективные алгоритмы представления речевых сигналов в вейвлетных базисах бесконечной длительности. // Методы и устройства формирования и обработки сигналов в информационных системах: Межвуз. сб. науч. тр. Рязань: РГРТА, 2004. С. 23-27.
11. Зорин С.В., Хахулин С.С. Повышение качества зашумленных речевых сигналов на основе нейросетевых алгоритмов вейвлет-анализа // Новые информационные технологии в научных исследованиях и в образовании. НИТ-2004. 9-я ВНТК: Тез. докладов. Рязань: РГРТА. 2004. С. 63-64.
12. Чуи Ч. Введение в вейвлеты. М.: Мир, 2001. 412 с.
13. Кириллов С.Н., Бахурин С.А. Алгоритм синтеза вейвлет-базисов заданной длительности на основе интерполирующей функции // Доклады 7-й международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение» Москва, 2005. Т.1. С. 98-101.
14. Кравченко В.Ф., Рвачев В.А. «Wavelet»-системы и их применение в обработке сигналов // Зарубежная радиоэлектроника: Успехи современной радиоэлектроники. 1996. №4. С. 3-20.
15. Кириллов С.Н., Бахурин С.А. Интерполяция финитных во времени сигналов с учетом реализуемости восстанавливающих фильтров // Автометрия. №6, 2006. С. 16-25.
16. Кириллов С.Н., Зорин С.В., Бахурин С.А. Синтез оптимальных скейлинг и интерполирующих функций при ограничении на реализуемость устройств обработки // Доклады 6-й международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение». Москва, 2004. Т.1. С. 30-32.
17. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2002. 344 с.
18. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей: Уч. Пособие для вузов. М.: ИПРЖР, 2000. 256 с.
19. Кириллов С.Н., Хахулин С.С. Робастный алгоритм корреляционно-спектрального анализа случайных процессов на основе искусственных нейронных сетей // Нейрокомпьютеры. Разработка и применение. 2004. №12. С. 16-20.
20. Кириллов С.Н., Дронов А.А., Корниенко А.В., Хахулин С.С. Реализация быстрых алгоритмов обработки сложных сигналов на основе искусственных нейронных сетей // Цифровая обработка сигналов: Матер. междунар. науч.-техн. конф. Москва, 2005. С. 200-201.
21. Круглов А.В., Кириллов С.Н., Хахулин С.С. Ватулин В.М. Алгоритм обработки шумоподобных сигналов спутниковых систем связи на основе искусственных нейронных сетей. // Электромагнитные волны и электронные системы. №10. т.10. 2005. С27-32.
22. Кириллов С.Н., Хахулин С.С. Модифицированный алгоритм обучения нейронных сетей при решении задачи весовой фильтрации кодовых последовательностей фазоманипулированных сигналов // Цифровая обработка сигналов: Матер. междунар. науч.-техн. конф. Москва, 2006. С. 651-654.
23. Кириллов С.Н., Хахулин С.С. Обоснование нового вида активационной функции в алгоритмах цифровой обработки сигналов на основе искусственных нейронных сетей // Цифровая обработка сигналов: Матер. международной науч.-техн. конф. Москва, 2007 С. 561-563