

УДК 621.372.542

ПРОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЦИФРОВЫХ И АНАЛОГОВЫХ ФИЛЬТРОВ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Д. В. Алёшин, А. Т. Мингазин

Введение

Минимально необходимый порядок N частотных цифровых или аналоговых фильтров, таких как фильтры нижних и верхних частот (ФНЧ и ФВЧ), полосовые и режекторные фильтры (ПФ и РФ) определяется заданными допустимыми исходными параметрами к их характеристикам ослабления. В [1] введены области допустимых исходных параметров S , вид и размерность которых зависит от типа фильтра (ФНЧ, ПФ или др.) и используемой аппроксимации его характеристики. Расчет фильтра для любой точки области параметров S будет приводить к допустимой характеристике. Выбор точки выполняется по тем или иным соображениям разработчиком. С увеличением N при фиксированных исходных параметрах область S расширяется, что дает возможность получения допустимых характеристик в широких пределах.

Итак, перед разработчиком стоит задача выбора исходных значений параметров в S для расчета собственно фильтра. В инженерной практике часто стремятся определить экстремально улучшенное значение одного из параметров при заданных остальных [2-6]. Например, неравномерность в полосе пропускания может быть экстремально уменьшена или полоса пропускания экстремально расширена без нарушения требований к характеристике. Такой подход означает, что совокупность исходных значений параметров будет принадлежать границе S .

Расчетные соотношения для определения ряда экстремальных параметров цифровых и аналоговых ФНЧ, ФВЧ, ПФ и РФ с характеристиками Баттерворта, Чебышева и Золотарева-Кауэра представлены в [3]. Еще два других варианта расчета для ФНЧ были предложены в [4], а позднее описаны в [5].

Вычисление экстремальных параметров вручную на калькуляторе утомителен, а в некоторых случаях не возможен из-за громоздкости соотношений, наличия численных процедур и неизбежности совершения ошибок. В данной статье, после необходимых определений, представлена удобная компьютерная программа Extremal фирмы «РАДИС Лтд» для расчета экстремальных параметров цифровых и аналоговых ФНЧ, ФВЧ, ПФ и РФ на основе соотношений из [3,4].

Представлена программа Extremal фирмы «РАДИС Лтд» для расчета экстремальных параметров цифровых и аналоговых фильтров нижних и верхних частот, полосовых и режекторных фильтров с характеристиками Баттерворта, Чебышева и Золотарева-Кауэра. Приведены примеры использования программы, иллюстрирующие интересные альтернативные значения параметров конкретных фильтров. Оригинальная программа Extremal является, полезным и удобным вспомогательным средством для получения желаемых характеристик различных фильтров и может найти широкое применение в инженерной и исследовательской работе.

Исходные параметры

Под исходными параметрами характеристики ослабления фильтров (ФНЧ, ФВЧ, ПФ и РФ) понимают:

- неравномерность в полосе пропускания Δa в дБ;
- минимальное ослабление в полосе задерживания a_0 в дБ;
- граничные частоты полос пропускания и задерживания $f_1, f_2, f_3, f_4, f_i < f_{i+1}$.

Предполагается, что в полосе пропускания характеристика имеет максимальный уровень 0 дБ. Для ФНЧ и ФВЧ необходимо задать только две граничными частоты.

Задавшись значениями параметров $\Delta a = \Delta a_{\max}$, $a_0 = a_{0\min}$, $f_i = f_{in}$, $i=1,2,3,4$ и частотой дискретизации f_s , в случае цифровых фильтров, определяют N для выбранного типа фильтра. Для расчета собственно фильтра можно использовать эти значения исходных параметров, или любые другие, находящиеся внутри или на границе области S . Такой выбор параметров обеспечивает заданные требования к фильтру $\Delta a \leq \Delta a_{\max}$, $a_0 \leq a_{0\min}$ при номинальных граничных частотах f_{in} , $i=1,2,3,4$. Заметим, что знак равенства в этих неравенствах означает, что область S является точкой и улучшение параметров возможно только при увеличении N на 1,2,... в случае ФНЧ (ФВЧ) или на 2,4,... в случае ПФ (РФ).

Программа Extremal позволяет определить целый ряд альтернативных значений исходных параметров, которые могут быть использованы для дальнейшего расчета фильтра с улучшенными характеристиками. Перед представлением Extremal определим желаемые свойства характеристик с экстремальными параметрами.

Экстремальные параметры

Для ФНЧ и ФВЧ определим 7, а для ПФ и РФ 11 свойств характеристики ослабления с экстремальными параметрами, которые могут представлять

практический интерес.

Свойства вариантов характеристик ФНЧ и ФВЧ:

1. Минимум максимальной взвешенной ошибки;
2. Минимальная неравномерность в полосе пропускания;
3. Максимум минимального ослабления в полосе задерживания;
4. Максимально широкая полоса пропускания;
5. Максимально узкая переходная полоса при номинальной полосе пропускания;
6. Минимальная неравномерность не во всей полосе пропускания;
7. Максимум минимального ослабления не во всей полосе задерживания.

Свойство 1 означает, что взвешенные уровни пульсаций характеристики ослабления в полосе пропускания и задерживания равны. Это означает, что $(1 - 10^{-\Delta a / 20}) / (1 - 10^{-\Delta a_{\max} / 20}) = 10^{(a_{0\min} - a_0) / 20}$. (1)

Свойства 2...5 и 6...7 описаны в [3] и [4], соответственно.

Для фильтров инверсных Чебышева и Баттерворта свойство 6, а для фильтров Чебышева и Баттерворта свойство 7 не имеют смысла [1,4]. Возможность получения свойств 6 и 7 зависит от исходных требований к характеристике фильтра и значения N .

Свойства вариантов характеристик ПФ и РФ:

1. Минимум максимальной взвешенной ошибки;
2. Минимальная неравномерность в полосе пропускания;
3. Максимум минимального ослабления в полосе задерживания;
4. Максимально узкие переходные полосы при номинальной полосе пропускания;
5. Максимальное расширение полосы пропускания слева;
6. Максимальное расширение полосы пропускания справа;
7. Максимальное симметричное расширение полосы пропускания;
8. Минимальная неравномерность в правой части полосы пропускания;
9. Минимальная неравномерность в левой части полосы пропускания;
10. Минимальная неравномерность в средней части полосы пропускания ПФ и в полосах пропускания РФ за исключением областей примыкающих к переходным зонам;
11. Максимум минимального ослабления не во всей полосе задерживания.

Для фильтров Чебышева и Баттерворта свойство 11, для фильтров инверсных Чебышева и Баттерворта свойства 8...10, не имеют смысла. Возможность получения свойств 8...11 зависит от исходных требований к характеристике и значения N . В качестве примера на рис.1 представлены все 11 вариан-

тов характеристик ослабления $a(f)$ для ПФ. Там же показаны исходные и допустимые параметры. Все характеристики $a(f)$, за исключением варианта 1, соответствуют расчетной точке на границе области S . Точка для варианта 1 находится внутри S .

Программа Extremal

Программа Extremal выполняет расчет экстремальных параметров цифровых и аналоговых ФНЧ, ФВЧ, ПФ и РФ с характеристиками Баттерворта, Чебышева и Золотарева-Кауэра. Программа позволяет рассчитать экстремальные параметры для 7-ми вариантов характеристик ФНЧ и ФВЧ и 11-ти вариантов характеристик ПФ и РФ, упомянутых выше. В программе определяется минимальный порядок фильтра и допускается его изменение в сторону увеличения и обратно при одновременном наблюдении изменения параметров характеристик.

Кроме того, в Extremal имеется возможность работать в одной из четырех систем параметров для описания неравномерности в полосе пропускания и ослабления в полосе задерживания:

$$\{\Delta a, a_0\}, \{\delta_1, \delta_2\}, \{\delta_p, \delta_s\}, \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}.$$

Связь между системами параметров описывается как

$$\delta_1 = (1 - 10^{-\Delta a / 20}) / (1 + 10^{-\Delta a / 20}),$$

$$\delta_2 = 2(10^{-a_0 / 20}) / (1 + 10^{-\Delta a / 20});$$

$$\delta_p = 1 - 10^{-\Delta a / 20}, \quad \delta_s = 10^{-a_0 / 20};$$

$$\varepsilon_1^2 = 10^{\Delta a / 10} - 1, \quad \varepsilon_2^2 = 10^{a_0 / 10} - 1.$$

Переход от параметров какой-либо системы к параметрам другой и обратно выполняется по желанию пользователя до или после задания конкретных значений.

Основное окно программы с результатами расчета экстремальных параметров представлено на рис.2. Три выпадающих окна позволяют выбрать любой из упомянутых фильтров.

С помощью кнопки «Исходные параметры» вызывается вспомогательное окно необходимое для ввода исходных параметров и значения f_s . В данном случае $f_s = 1$. Исходные (см. исходный вариант) и рассчитанные экстремальные параметры (см. варианты 1...11), а также минимальный порядок фильтра N отображаются в поле основного окна. Для удобства исходные значения можно изменять непосредственно в строке «исходный».

Ниже представлены три примера расчета с помощью Extremal. В первом примере даны комментарии к результатам на рис.2. Еще в двух примерах иллюстрируются другие важные свойства фильтров с экстремальными параметрами.

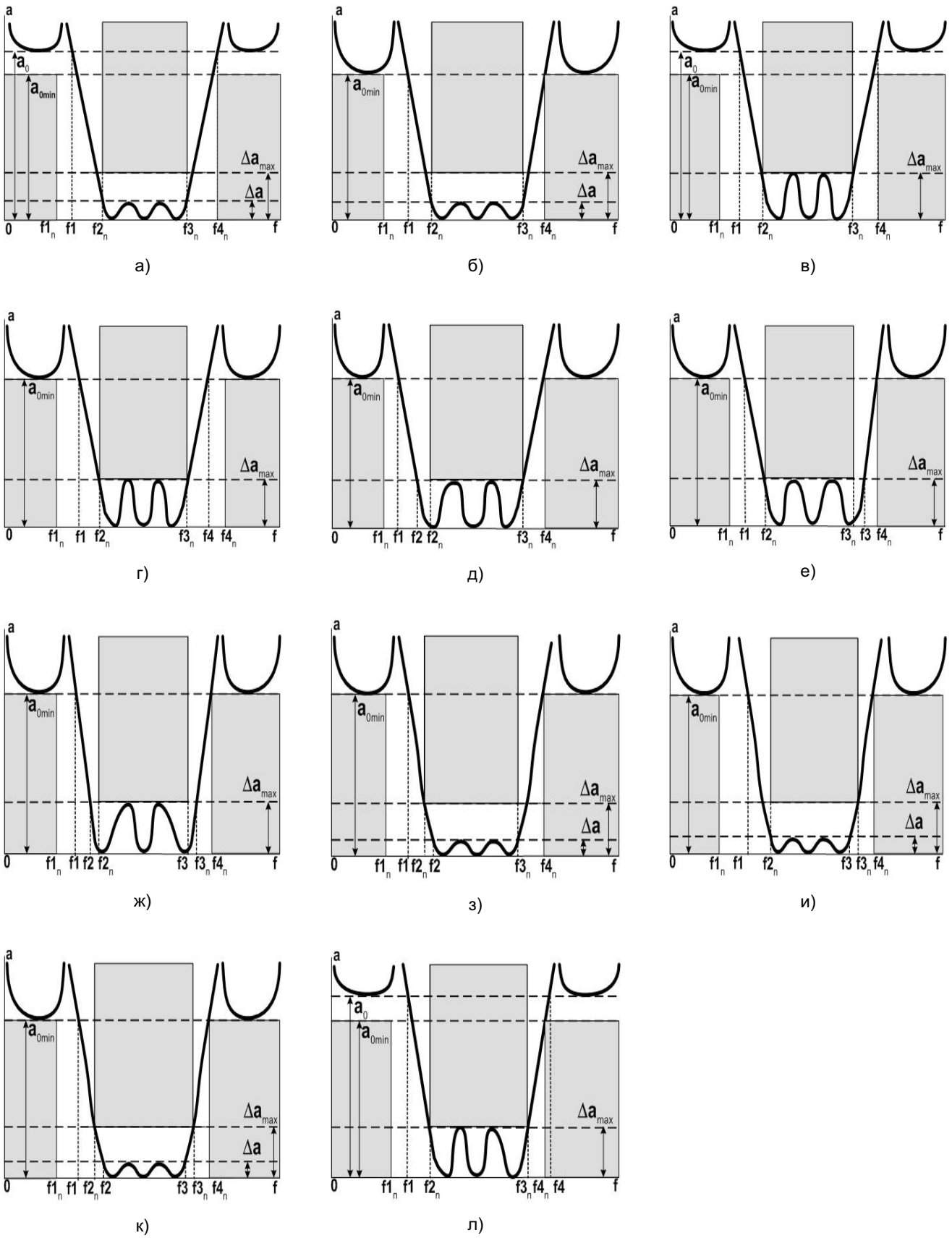


Рис.1. Характеристики ослабления ПФ со свойствами 1(а), 2(б), ..., 11(л).

Вариант	dA, дБ	A0, дБ	F1	F2	F3	F4
Исходный	2	70	0.05	0.2	0.3	0.38
1	1.4523735	72.5142835	0.12	0.2	0.3	0.38
2	0.8728094	70	0.12	0.2	0.3	0.38
3	2	74.1957034	0.12	0.2	0.3	0.38
4	2	70	0.1290847	0.2	0.3	0.3709153
5	2	70	0.1052515	0.1789253	0.3	0.38
6	2	70	0.1256266	0.2	0.3076124	0.38
7	2	70	0.12	0.194407	0.305593	0.38
8	0.8040264	70	0.1212448	0.2017253	0.3	0.38
9	0.6847411	70	0.1185234	0.2	0.297934	0.38
10	0.5876428	70	0.12	0.2023467	0.2976533	0.38
11	2	76.0603401	0.11594	0.2	0.3	0.38406

Рис.2. Основное окно программы Extremal с результатами расчетов.

Примеры расчета

Пример 1. Как видим на рис.2. представлены рассчитанные экстремальные параметры и порядок цифрового ПФ Золотарева - Кауэра для следующих исходных данных:

$$\Delta a = \Delta a_{\max} = 2 \text{ дБ}; a_0 = a_{0\min} = 70 \text{ дБ};$$

$$f_1 = f_{1n} = 0,05; f_2 = f_{2n} = 0,2;$$

$$f_3 = f_{3n} = 0,3; f_3 = f_{3n} = 0,38; f_s = 1.$$

Частоты $f_1 \dots f_4$ на рис.2 обозначены как F1...F4, а параметры Δa и a_0 , как dA и A0.

Как видим на рис.2 порядок ПФ N=8. Исходный вариант соответствует исходным данным. Вариант 1 соответствует характеристике с минимумом максимальной ошибки и можно убедиться, что в этом случае справедливо соотношение (1). Вариант 2 дает характеристику с минимальной $\Delta a = 0,872809$ дБ в номинальной полосе пропускания, а вариант 3 дает максимум $a_0 = 74,196$ дБ в номинальной полосе задерживания (точнее в каждой из двух полос, т.к. это ПФ). Характеристике для варианта 4 соответствуют максимально узкие переходные полосы при номинальной полосе пропускания. Для варианта 5 полоса пропускания максимально расширена слева, для варианта 6 – справа, а для варианта 7 – симметрично. Варианту 8 соответствует характеристика с минимальной $\Delta a = 0,804026$ дБ, но лишь в правой части полосы пропускания от 0,201725 до 0,3 с монотонным увеличением неравномерности до 2 дБ в диапазоне частот от 0,201725 до 0,2. Аналогично можно трактовать варианты 9 и 10, но для левой и средней

части полосы пропускания с минимальными $\Delta a = 0,6847411$ дБ и $\Delta a = 0,5876428$ дБ. Наконец варианту 11 свойственна характеристика с максимумом $a_0 = 76,06$ дБ, но не во всей полосе задерживания. Это значение a_0 имеет место во всей заданной полосе задерживания слева и в полосе от 0,38406 до 0,5. Между частотами 0,38406 и 0,38 характеристика ослабления монотонно уменьшается от 76,06 дБ до 70 дБ. Качественные характеристики на рис.1а-л наглядно поясняют смысл всех полученных результатов для данного ПФ.

Следует заметить, что характеристики цифровых или аналоговых ПФ и РФ обладают определенной симметрией и если граничные частоты заданы без учета этого, то левый или правый склон характеристики ослабления будет иметь более узкую переходную полосу. Для обсуждаемого ПФ, а также для характеристик на рис.1 это левый склон. В программе Extremal этот факт учитывается и поэтому все значения частот $f_1 > f_{1n} = 0,05$ (см. рис. 2).

Для расчета собственно ПФ может быть выбран любой из 11 вариантов на рис.2. Очевидно, что при фиксированном N значение какого-либо параметра для вариантов 1...11 нельзя улучшить без ухудшения других параметров.

Пример 2. Рассмотрим расчет экстремальных параметров цифрового ФНЧ Золотарева - Кауэра со следующими исходными данными:

$$\Delta a = \Delta a_{\max} = 3 \text{ дБ}; a_0 = a_{0\min} = 45 \text{ дБ};$$

$$f_1 = f_{1n} = 0,1; f_2 = f_{2n} = 0,2; f_s = 1.$$

Минимальный порядок ФНЧ N=4. Вместе с экс-

тремальноными параметрами, полученными с помощью Extremal, в табл.1 приведены соответствующие им другие данные о фильтрах. Здесь $\Delta\tau$ - неравномерность, а T_m - максимум характеристики ГВЗ в номинальной полосе пропускания; G - усиление шума округления. Значения ГВЗ даны в отсчетах частоты дискретизации.

Таблица 1

Вариант	Δa , дБ	a_0 , дБ	f_1	f_2	$\Delta\tau$	T_m	G, дБ
1	0,810911	55,308	0,1	0,2	10,5	14,4	14,6
2	0,082258	45	0,1	0,2	4,3	7,7	10,7
3	3	62,164	0,1	0,2	19,8	23,1	17,7
4	3	45	0,144544	0,2	3,5	5,4	13,1
5	3	45	0,1	0,143387	24,3	27,3	17,2
6	7,7e-6	45	0,033909	0,2	3,5	7,1	9,2
7	3	102,487	0,1	0,364614	17,7	21,2	18,0

Расчет параметров $\Delta\tau$, T_m и G проведен с помощью программы синтеза каскадных БИХ- фильтров DIFID [7] при следующих установках: минимизация усиления шума округления - включена, форма звеньев 2-го порядка - прямая, норма для масштабирования - L_∞ , коэффициенты не квантуются, масштабные множители вводятся путем изменения коэффициентов числителя передаточной функции, округление в звеньях выполняется на последнем этапе суммирования.

Результаты в табл.1 имеют значительный разброс. Как видим, минимум $\Delta\tau=3,5$ получен для 4 и 6-го вариантов, минимум $T_m=5,4$ - для 4-го варианта и минимум $G=9,2$ - для 6-го варианта.

Пример 3. Интересно, как изменятся параметры фильтра при увеличении его порядка без изменения других исходных данных. Для $N=5$ в табл. 2 представлены результаты расчетов.

Таблица 2

Вариант	Δa , дБ	a_0 , дБ	f_1	f_2	$\Delta\tau$	T_m	G, дБ
1	0,195309	67,369	0,1	0,2	10,3	15,5	13,5
2	0,001158	45	0,1	0,2	2,2	5,3	8,1
3	3	80,721	0,1	0,2	31,7	36,3	18,7
4	3	45	0,172609	0,2	1,9	4,0	13,5
5	3	45	0,1	0,118863	53,7	57,5	18,8

Для данного случая совокупность исходных параметров при $N=5$ не позволяют получить характеристики для вариантов 6 и 7. Сравнивая данные в табл. 1 и табл.2, можно наблюдать улучшение параметров характеристик при переходе от $N=4$ к $N=5$.

Например, неравномерность Δa в номинальной полосе пропускания можно уменьшить от 0,082258 дБ до 0,001158 дБ, а неравномерность $\Delta\tau$ - от 3,5 до 1,9. В тоже время при таком переходе для варианта 5 имеет место ухудшение параметров характеристики ГВЗ.

По приведенным результатам можно сделать и другие интересные наблюдения. Таким образом, программа Extremal предлагает разработчикам полезные альтернативы по расчету фильтров. Выбор того или иного варианта расчета зависит от требований к конкретному проекту.

Заключение

Программа Extremal позволяет гибко оперировать значениями исходных параметров и порядков различных цифровых и аналоговых фильтров с целью достижения желаемых характеристик и является полезным и удобным вспомогательным средством для разработчиков радиоэлектронной аппаратуры. Представляется, что Extremal целесообразно интегрировать в существующие или вновь создаваемые программы по проектированию цифровых и аналоговых фильтров.

Литература

1. Мингазин А.Т. Начальные приближения для синтеза цифровых фильтров с минимальной длиной слова коэффициентов. // Электронная техника. 1983. Сер. 10. № 6. С. 3-8.
2. Савченко С.М., Смирнов Э.Е. Улучшение частотных характеристик эллиптических фильтров. // Изв. вузов СССР. Сер. Радиоэлектроника. 1976.Т. XIX. № 6. С.113-116.
3. Мингазин А.Т. Экстремальные параметры аналоговых и цифровых фильтров. // Электросвязь. 1999. № 1. С. 22-23.
4. Мингазин А.Т. Способ улучшения характеристик затухания фильтров. // Радиотехника. 1985. № 9. С. 89-91.
5. Tomic D.V., Lutovac M. D., Evans B.L. Advanced digital IIR filter design. // ECCTD. 1999. P.1323-1326.
6. Vlcek M., Unbehauen R. Degree, ripple and transition width of elliptic filters. // IEEE Trans. 1989. CAS-36. № 3. P.469-472.
7. Мингазин А.Т. Программа DIFID: эффективный синтез каскадных цифровых БИХ-фильтров. // IV Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение»(DSPA). 2002. Т.1. Февраль-Март. С. 90-93.