

УДК 621.372.54

## К разрядности вычислителя БПФ при его реализации на процессоре L1879VM1 (NM6403)

О.Ю. Аксенов, Ю.И. Борисов

Одно из актуальных направлений обработки информации связано с цифровой обработкой сигналов, использующей, в частности, быстрое преобразование Фурье (БПФ). Стремление обеспечить обработку информации в реальном времени определяет использова-

ние в таких задачах сигнальных процессоров. Данная работа связана с реализацией на процессоре L1879VM1 (NM6403) [1] БПФ для исходных данных большой разрядности (~16 двоичных разрядов). Возможность программного деления разрядной сетки процессора определяет необходимость оптимизации разрядности вычислительных операций при обеспечении наилучшего баланса между производительностью и разрядностью вычислений, влияющей на их точность. Оценки производительности используемого процессора на операциях БПФ приведены в статье [2]<sup>1</sup>.

В настоящей работе рассматривается проблема выбора разрядности используемых операндов и вычислителя. Анализ проводится применительно к реализации алгоритма БПФ по основанию 2, аналогичной представленным в [3,4,5]. Все отличия касаются только замены арифметики с плавающей точкой целочисленной арифметикой и использования заранее табулированных значений тригонометрических функций. Переход к целочисленной арифметике, в частности, предполагает масштабирование (умножение на константу >1) используемых значений тригонометрических функций и входного сигнала. Рассматриваемая реализация БПФ условно может быть разделена на две части: перенумерацию входных данных и собственно вычисления. Ниже анализируется только

*Рассматривается целочисленная реализация алгоритма БПФ на процессоре L1879VM1 (NM6403). Предлагается методика оценки разрядности операндов и вычислителя. Рассмотрены различные схемы нормализации результатов, обеспечивающие защиту от переполнения. Даются рекомендации по выбору требуемой разрядности представления операндов. В качестве критерия качества целочисленной реализации БПФ используется степень ее соответствия реализации, обеспечиваемой арифметикой с плавающей точкой.*

второй этап, поскольку именно он влияет на точность вычислений БПФ.

Пусть исходный сигнал содержит  $N = 2^M$  отсчетов. Тогда для выполнения алгоритма БПФ понадобится  $M$  шагов. Введем обозначения:  $R_0$  – входной сигнал,  $R_i$  – сигнал на  $i$ -м шаге вычислений БПФ,  $R_M$  – сигнал после последнего –  $M$ -го шага,  $S$  – значение тригонометрической функции,  $U_i$  – нормализующий множитель, который может быть использован на  $i$ -м шаге вычислений. При этом под  $R$  будем понимать действительную и мнимую части в общем случае комплексного сигнала, а под  $S$  – как синус, так и косинус соответствующего аргумента. Число двоичных разрядов, используемых для хранения указанных величин, обозначим соответственно как  $r_0, r_i, r_M, s, u_i$ . Число используемых разрядов вычислителя –  $p$ .

Отметим, что конечной целью вычисления БПФ предполагается оценка модуля спектра входного сигнала –  $F(x)$ , где  $x = 0 \dots N-1$  – номер частотного канала.  $F(x)$  определяется исходя из  $R_M(x)$ , имеющего как действительную, так и мнимую части.

Рассмотрим требования, которые налагает вычисление БПФ на разрядность вычислителя. Из [6] следует:

$$\text{Max} \{R_i\} \leq \text{Max} \{R_{i+1}\} \leq 2 \cdot \text{Max} \{R_i\}. \quad (1)$$

Разрядность результата вычисления БПФ –  $r_M$  можно оценить, исходя из соотношения (1), если

<sup>1</sup> Оттуда же взят используемый ниже термин «нормализация», означающий использование операции сдвига вправо промежуточных результатов для предотвращения возникновения переполнения в ходе вычислений.

учесть, что два из  $M$  шагов БПФ сводятся к умножению на 1 и, следовательно, не изменяют разрядность результата:

$$r_M \leq r_0 + M - 2. \quad (2)$$

Отдельный  $i$ -й шаг вычисления БПФ сводится к следующим действиям:

$$R_i = (R_{i-1} \cdot S \pm R_{i-1} \cdot S) \gg s. \quad (3)^2$$

В этом случае минимальную разрядность вычислителя, необходимую для выполнения указанных действий без переполнения, можно оценить как:

$$p_i = r_{i-1} + s + 1. \quad (4)$$

Аналогично для  $M$ -шагового алгоритма БПФ требуемая разрядность вычислителя, исходя из (2), (3), (4), составит:

$$p_M = r_0 + s + M - 1. \quad (5)$$

Ситуация, когда число разрядов вычислителя  $p$  достаточное, то есть

$$p \geq p_M, \quad (6)$$

соответствует по классификации [6] случаю, когда вычисления могут быть реализованы без нормализации. В данном случае под нормализацией понимается деление исходных данных на некоторую константу  $>1$ , что на практике обеспечивается за счет операции сдвига вправо.

Однако условие (6) может и не выполняться. В этом случае для осуществления вычислений без переполнения следует использовать нормализацию. Простейший вариант использования нормализации рассмотрен в [6] и сводится к сдвигу результата вычислений вправо на 1 разряд на каждом шаге, кроме крайних. Для операции (3) это можно записать как:

$$R_i = [(R_{i-1} \cdot S \pm R_{i-1} \cdot S) \gg s] \gg u_i; \quad (7a)$$

$$u_i = \begin{cases} 0 & \text{при } i=1,2,M; \\ 1 & \text{при } i=3..M-1. \end{cases}$$

При практической реализации вычислений на рассматриваемом процессоре более удобной может оказаться модификация этой схемы, при которой сдвиги осуществляются не на каждом шаге, но сразу на несколько разрядов. Например, через шаг сдвиг на 2 разряда. Это соответствует последовательности:

$$u_i = \begin{cases} 0 & \text{при } i=0,2,4,... \\ 2 & \text{при } i=1,3,5,... \end{cases}. \quad (7b)$$

Если обозначить через  $R_{M3}$  результаты вычисления БПФ по схеме (3) – без нормализации, а через  $R_{M7}$  – по схеме (7a) – с нормализацией на 1 разряд при каждом шаге, кроме крайних, то

$$R_{M3} = R_{M7} \ll (M-3). \quad (8)$$

Можно предложить еще одну схему нормализации для операции (3):

$$R_i = [((R_{i-1} \gg u_i) \cdot S \pm (R_{i-1} \gg u_i) \cdot S) \gg s] \ll u_i; \quad (9)$$

$$u_i = \begin{cases} 0, & \text{при } i=1,2; \\ i-2, & \text{при } i=3..M \end{cases}.$$

Указанная схема вычислений связана с выполнением добавочных сдвиговых операций, но, в отличие от схемы вычислений (7), приводящей к необходимости масштабирования полученных результатов, как это следует из (8), обеспечивает количественно тот же результат, что и схема вычислений (3):  $R_{M3} = R_{M9}$ , поскольку сдвиги вправо на  $u_i$  компенсируются сдвигами влево на  $u_i$ .

Оценка суммарной приведенной ошибки округления для одной ветви вычислений по схемам (7) и (9) показала (рис. 1), что обе схемы дают сравнимые результаты. Поэтому дальнейший анализ проводится применительно к схеме (7b), как более удобной для практической программной реализации на рассматриваемом процессоре.

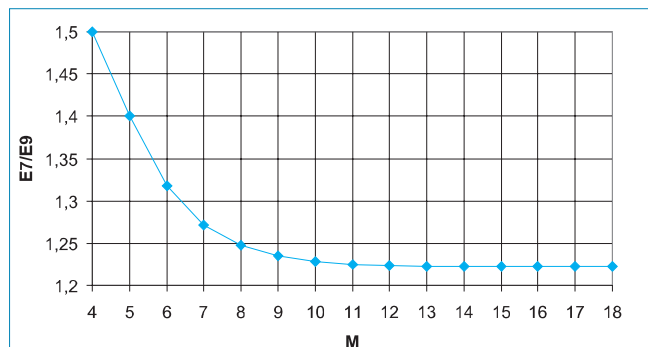


Рис. 1. Сравнительная точность схем нормализации (7) и (9)

Для определенности в качестве входного сигнала использовался гармонический сигнал при  $r_0=15$ ,  $N=512$ , действительная и мнимая части которого для  $x=0..N-1$  задаются в следующем виде:

$$\begin{cases} re(x) = w(x) \cdot \sin(x) \\ im(x) = 0 \end{cases}, \quad (10)$$

где:

$$w(x) = 0,46 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{N}\right) + 0,54, \quad x = 0..N \quad (11)$$

огibaющая по Хэммингу.

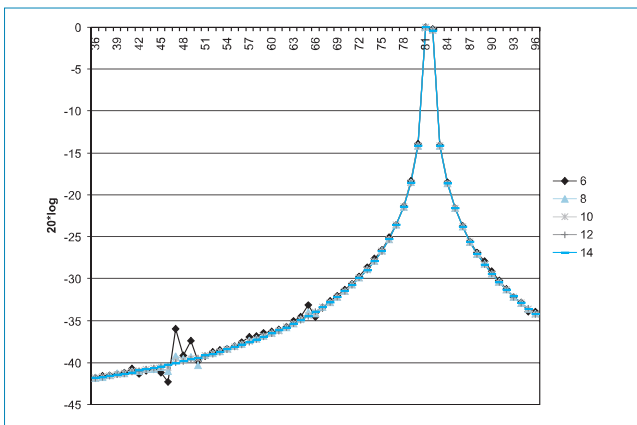
При  $r_0 \sim 16$  целесообразно использовать  $p = 32$ . Это вытекает, в частности, из того, что разрядность вычислителя должна, по крайней мере, быть вдвое больше разрядности операндов, а наибольшую производительность используемый процессор обеспечивает при реализации на его векторной части вычи-

<sup>2</sup> Здесь и далее символами  $\gg$  и  $\ll$  обозначены операции логического сдвига вправо и влево соответственно.

слений с данными, имеющими разрядность, равную степени двойки.

Результаты оценки модуля спектра входного сигнала  $-F(x)$  для такого сигнала на рассматриваемом процессоре по схеме (7б) при  $p=32$  показаны на рис. 2. По горизонтали отложен номер частотного канала  $-x$ , а параметром является разрядность используемых тригонометрических функций  $-s$ . По вертикали отложена величина  $20 \cdot \log[F(x)/\text{Max}(F(x))]$ .

Результаты вычисления модуля спектра входного сигнала  $F(x)$  на некотором диапазоне частотных каналов  $x_1 \dots x_2$  характеризуются средним значением  $\overline{F(x)}$ . Для рассматриваемого входного сигнала, имеющего  $F(x)$  в виде узкого пика, такое среднее можно использовать для характеристики точности вычислений. Соответствующий график показан на рис. 3. По вертикали отложена величина  $20 \cdot \log[\Delta F(x)]$ , аргументом является разрядность используемых тригонометри-



**Рис. 2. Зависимость модуля спектра входного сигнала при  $N=512$ ,  $r_0=15$ ,  $p=32$  от номера частотного канала для различных значений разрядности  $s$**

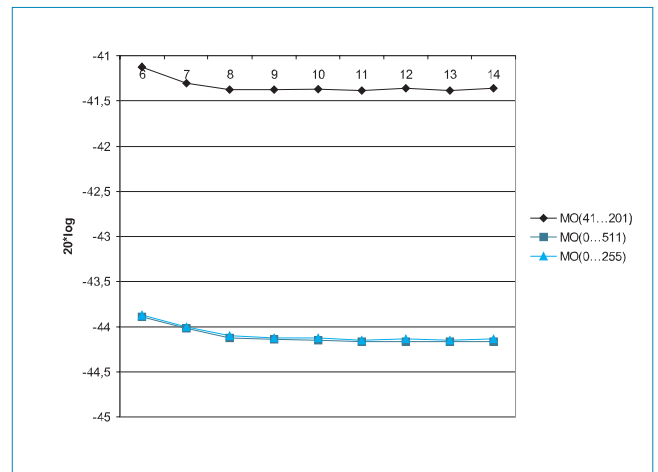
ческих функций  $s$ , а параметром – диапазон частотных каналов, в котором производится усреднение.

В качестве критерия точности вычислений БПФ удобно использовать степень соответствия модуля спектра входного сигнала, полученного при использовании целочисленной арифметики  $-F_{int}(x)$ , модулю спектра входного сигнала, вычисленному при использовании арифметики с плавающей точкой  $-F_{float}(x)$ . Тогда относительную погрешность оценки БПФ при использовании на процессоре целочисленной арифметики можно оценить как  $\Delta F(x) = |F_{int}(x) - F_{float}(x)| / F_{float}(x)$ .

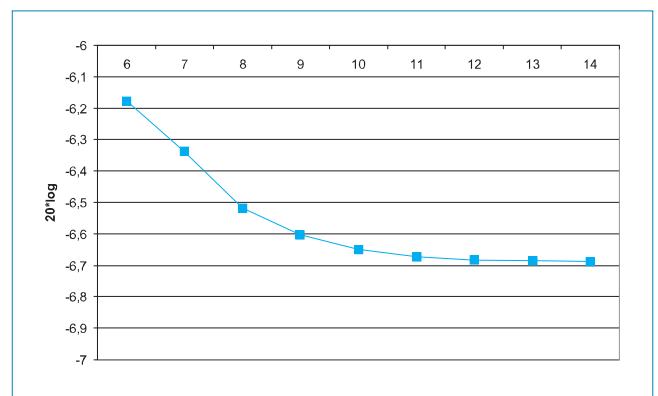
Результаты оценки среднего значения величины  $20 \cdot \log[\Delta F(x)]$  для частотных каналов в области пика спектра анализируемого сигнала (частотные каналы 79...87 при пике, приходящемся на 83 канал) показаны на рис. 4.

Представленные на рис. 3 и рис. 4 графики позволяют заключить, что в рассматриваемом случае использования целочисленной арифметики ( $p=32$ ,  $r_0=15$ ,  $N=512$ ,  $M=9$ )

увеличение разрядности тригонометрических функций  $s$  свыше 10 не целесообразно (с точки зрения повышения точности оценки модуля спектра входного сигнала). Это совпадает с тем, что следует из соотношения (5), поскольку при данных условиях, начиная со значения  $s=9$ , возникает необходимость нормализации результатов вычисления. Эта нормализация, очевидно, и приводит к существенному замедлению роста точности вычислений при увеличении числа разрядов  $s$ , используемых для хранения значений тригонометрических функций.



**Рис. 3. Зависимость средних по диапазону частотных каналов значений модуля спектра входного сигнала при  $N=512$ ,  $r_0=15$ ,  $p=32$  от разрядности  $s$  для различных диапазонов частотных каналов**



**Рис. 4. Зависимость среднего по области пика спектра (частотные каналы 79...97) значения относительной погрешности оценки модуля спектра входного сигнала при  $N=512$ ,  $r_0=15$ ,  $p=32$  от разрядности  $s$**

Таким образом, в настоящей работе в ходе анализа соответствия результатов вычисления БПФ на базе целочисленной арифметики процессора Л1879ВМ1 (NM6403) результатам вычисления БПФ, проводимого на базе арифметики с плавающей точкой:

✓ предложена методика оценки требуемой разрядности операндов и вычислителя при реализации БПФ на основе целочисленной арифметики;

- ✓ рассмотрены известная схема нормализации результатов – (7а) и предложенные новые схемы – (7б), (9);
- ✓ показано, что рассмотренные схемы нормализации дают близкие по точности результаты;
- ✓ показано, что при  $N=512$ ,  $r_0=15$ ,  $p=32$ ,  $s<10$  вычисления БПФ могут быть проведены без использования нормализации;
- ✓ показано, что увеличение числа двоичных разрядов, используемых для хранения значений тригонометрических функций, свыше указанного значения не приводит к существенному увеличению точности вычислений БПФ.

### Литература

1. <http://www.module.ru/ruproducts/proc/nm6403.shtml>
2. Кашкаров В., Мушкаев С. Организация параллельных вычислений в алгоритмах БПФ на процессоре NM6403. Цифровая обработка сигналов, №1, 2001. <http://www.module.ru/files/papers-cos012001.pdf>.
3. Воинов С. Применение простейших цифровых фильтров для обработки звука. <http://voinov-sergey.narod.ru/articles/flt/>.
4. Лукин А. Цифровая обработка сигналов. <http://graphics.cs.msu.su/courses/cg03b/as-signs/hw2/index.html>.
5. Лазарев С., Рогожкин Е., Захарук Ф. Быстрое преобразование Фурье для обработки сигналов в устройствах автоматизации. // Современные технологии автоматизации, 1999 №1. [http://www.cta.ru/archive\\_1\\_99.htm](http://www.cta.ru/archive_1_99.htm).
6. Пелед А., Лиу Б. Цифровая обработка сигналов: Теория, проектирование, реализация. – Киев: Вища школа. 1979. – 264 с.

### НОВЫЕ КНИГИ:

#### **Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы:**

Справочник. / Под ред. чл.-кор. РАН Зубарева Ю.Б. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 126 с.: ил.

Систематически изложены методы и описаны характеристики различных алгоритмов помехоустойчивого кодирования. Рассмотрены методы многопорогового декодирования для блоковых и сверточных кодов, которые имеют технологические преимущества перед другими алгоритмами коррекции ошибок и могут найти применение в различных областях связи, обеспечивая высокие характеристики декодирования.

Для специалистов в области теории и техники кодирования, разработчиков систем связи, студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

#### **Гадзиковский В.И. Теоретические основы цифровой обработки сигналов. –**

М.: Радио и связь, 2004. – 344 с.: ил.

С позиций временного и частотного подходов излагаются вопросы теории цифровой обработки сигналов. Рассматриваются классификация, характеристики и структурные схемы, а также шумовые модели цифровых фильтров. Разработана методика анализа шумов квантования векторных цифровых фильтров. Рассматриваются алгоритмы нелинейной цифровой обработки сигналов в системах связи на основе комплексной огибающей, а также методы построения цифровых моделей аналоговых систем.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся проектированием систем цифровой обработки сигналов и цифровым моделированием технических систем, а также для студентов и аспирантов радиотехнических специальностей вузов.

#### **Рихтер С.Г. Цифровое радиовещание. –**

М.: Горячая линия–Телеком, 2004. – 352 с.: ил.

Цифровое радиовещание (ЦРВ) – новая информационная технология, в основе которой представление и передача звукового сигнала в цифровой форме во всех звеньях вещательного тракта – от студии до мобильного приемника. В монографии в доступной форме анализируется понятие «услуга ЦРВ», излагаются базовые процедуры обработки звукового вещательного сигнала и основы перспективных систем Eureka 147/DAB и DRM. Рассматриваются основы проектирования систем и сетей ЦРВ, обсуждаются перспективы и некоторые проблемы внедрения цифровых технологий на сетях радиовещания России.

Для широкого круга читателей, в той или иной мере связанных с проблематикой цифрового звукового вещания, преподавателей, аспирантов и студентов.

#### **Цифровое преобразование изображений: Учебное пособие для вузов. / Быков Р.Е., Фрайер Р., Иванов К.В., Манцветов А.А. Под ред. проф. Быкова Р.Е. –**

Горячая линия-Телеком, 2003. – 228 с.: ил.

Изложены теоретические основы формирования и цифрового преобразования сигналов изображений. Рассмотрены принципы обработки изображений, предназначенных для зрительного восприятия и автоматического анализа, вопросы цифровой фильтрации, сжатия, кодирования сигналов изображения и др., изложены принципы построения устройств формирования видеосигналов и основы построения многозональных сканирующих систем.

Для студентов, обучающихся по специальностям «Радиотехника» и «Аудиовизуальная техника», аспирантов и научных работников. Может быть полезна инженерам, работающим в области цифровой техники и телевидения.