

УДК 621.513.6

## Параллельные регуляризованные RLS-алгоритмы многоканальной адаптивной фильтрации

В.И. Джиган

**А**даптивные фильтры являются неотъемлемой частью многих современных радиоэлектронных устройств и систем. Такие фильтры, в зависимости от решаемой задачи и типа обрабатываемых сигналов, могут быть одноканальными или многоканальными, с действительными или

комплексными весовыми коэффициентами. Так, например, эхоподавитель модема проводного канала связи [1] может рассматриваться как два независимых адаптивных фильтра для подавления сигналов ближнего и дальнего эха или как один двухканальный адаптивный фильтр. В зависимости от типа модуляции, используемой в модеме, такой фильтр может иметь действительные или комплексные весовые коэффициенты. Подавитель акустического эха – это одноканальный адаптивный фильтр [2], а подавитель стереоэха – это два двухканальных адаптивных фильтра с одинаковым числом действительных коэффициентов в каналах [3]. Одноканальный выравниватель каналов связи (decision feedback equalizer) можно рассматривать как двухканальный адаптивный фильтр с неодинаковым числом весовых коэффициентов в каналах [4]. Нелинейные (полиномиальные) адаптивные фильтры [5] и адаптивные фильтры с бесконечной импульсной характеристикой [6] могут также рассматриваться как многоканальные с неодинаковым числом весовых коэффициентов в каналах. И наконец, узкополосные адаптивные антенные решетки – это многоканальные адаптивные фильтры с одним комплексным весовым коэффициентом в каждом канале, а широкополосные гидроакустические решетки – многоканальные адаптивные фильтры с одинаковым числом действительных весовых коэффициентов в каналах [7].

Долгие годы на практике применялись лишь простейшие адаптивные фильтры на основе критерия наименьшей среднеквадратической ошибки (least-mean-

*Рассматриваются многоканальный RLS- и быстрый RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации. С целью улучшения работоспособности в алгоритмах использована динамическая регуляризация обращения корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра. Представленные алгоритмы получены на основе использования леммы об инверсии матрицы, обеспечивающей одновременные (параллельные) вычисления для данных, обусловленных входными сигналами адаптивного фильтра и регуляризацией.*

square, LMS) [8]. Алгоритм работы таких фильтров имеет наименьшую вычислительную сложность среди других адаптивных алгоритмов. Однако LMS-алгоритм адаптивной фильтрации обладает рядом недостатков, среди которых: медленная сходимость, неоднозначность в выборе шага сходимости и др. В то же время, адаптивные алгоритмы на основе критерия наименьших квадратов (least squares, LS) [8] имеют самую высокую скорость сходимости, у них нет такого параметра, как шаг сходимости, но для реализации этих алгоритмов требуются значительно большие вычислительные ресурсы по сравнению LMS-алгоритмом.

Благодаря достижениям в области современных быстродействующих микропроцессорных устройств [9], вычислительная сложность уже не является непреодолимым препятствием на пути реализации адаптивных алгоритмов на основе LS-критерия. Поскольку многие приложения адаптивных фильтров являются многоканальными, то разработка эффективных многоканальных алгоритмов адаптивной фильтрации на основе LS-критерия является актуальной задачей. Благодаря структуре корреляционной матрицы многоканального адаптивного фильтра, присутствующей в явном или в неявном виде в алгоритмах на основе LS-критерия и учитывающей взаимосвязь между каналами, многоканальные адаптивные LS-алгоритмы являются более эффективными по сравнению с LMS-алгоритмом, в котором такая взаимосвязь исключена с целью уменьшения вычислительной сложности.

В настоящей работе представлены два алгоритма адаптивной фильтрации: многоканальный RLS- (recursive LS, RLS) и быстрый (вычислительно эффективный) RLS-алгоритмы с неодинаковым числом комплексных весовых коэффициентов в каналах. Возможность использования неодинакового числа весовых коэффициентов в каналах адаптивного фильтра позволяет уменьшить вычислительную сложность алгоритма в случае, если в соответствии с природой решаемой задачи одинаковое число весовых коэффициентов в каналах не требуется. Для обеспечения устойчивости при обработке нестационарных сигналов в представленных алгоритмах использован метод динамической регуляризации обращения корреляционной матрицы [10]. Эффективность применения данного метода в многоканальных RLS-алгоритмах была продемонстрирована в [11].

В отличие от алгоритма [11], для получения которого дважды последовательно применяется лемма об инверсии матрицы [8], в новом алгоритме используется лемма об инверсии матрицы [12]. Это позволяет получить регуляризованные RLS- и быстрый RLS-алгоритмы, обладающие свойством параллелизма. В таких алгоритмах вычисления, обусловленные входными сигналами адаптивного фильтра, и вычисления, обусловленные регуляризацией, не зависят друг от друга, а значит, могут выполняться параллельно. Подобные (двойные) вычисления имеют место при оценке корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра на скользящем окне. Приемы [12] были использованы также в работе [13] для получения многоканальных адаптивных фильтров со скользящим окном, с неодинаковым числом ком-

плексных весовых коэффициентов в каналах и с линейными ограничениями. В настоящей работе рассматриваются алгоритмы адаптивной фильтрации, в которых оценка корреляционной матрицы осуществляется на бесконечном (растущем) окне.

Обобщенная структура многоканального адаптивного фильтра с неодинаковым числом весовых коэффициентов в каналах представлена на рис. 1. Целью многоканальной адаптивной фильтрации по LS-критерию является минимизация на интервале наблюдения энергии сигнала ошибки между сигналом основного входа  $d(k)$  и выходным сигналом адаптивного фильтра, т.е. минимизация функционала:

$$E_N(k) = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} [d(i) - \mathbf{h}_N^H(k) \mathbf{x}_N(i)]^2. \quad (1)$$

В уравнении (1),

$\mathbf{h}_N^H(k) = [\mathbf{h}_{N_1}^H(k), \mathbf{h}_{N_2}^H(k), \dots, \mathbf{h}_{N_m}^H(k), \dots, \mathbf{h}_{N_{M-1}}^H(k), \mathbf{h}_{N_M}^H(k)]$  – вектор весовых коэффициентов

$M$ -канального адаптивного фильтра,

$\mathbf{h}_{N_m}^H(k) = [h_m^*(k), h_m^*(k-1), \dots, h_m^*(k-N_m+2), h_m^*(k-N_m+1)]$  – вектор весовых коэффициентов в  $m$ -м канале,

$\mathbf{x}_{N_m}^T(k) = [x_{N_1}^T(k), x_{N_2}^T(k), \dots, x_{N_m}^T(k), \dots, x_{N_{M-1}}^T(k), x_{N_M}^T(k)]^T$  – вектор сигналов  $M$ -канального адаптивного фильтра,

$\mathbf{x}_{N_m}(k) = [x_m(k), x_m(k-1), \dots, x_m(k-N_m+2), x_m(k-N_m+1)]^T$  – вектор сигналов в  $m$ -м канале адаптивного фильтра,

$N_m$  – число весовых коэффициентов в  $m$ -м канале адаптивного фильтра,

$N = \sum_{m=1}^M N_m$  – общее число весовых коэффициентов

адаптивного фильтра,  $T$  и  $H$  – знаки транспонирования и эрмитового сопряжения вектора или матрицы,

$*$  – знак комплексного сопряжения,  $\max\{1-0.4/N_m\} \leq \lambda \leq 1$  – параметр, определяющий эффективную память алгоритма,  $k$  – номер итерации алгоритма. В работе векторы обозначены жирными строчными, а матрицы – жирными заглавными буквами. Нижние индексы  $N_m$  или  $N$  в обозначении векторов указывают на число элементов в этих векторах.

Из условия минимума функционала (1) следует решение задачи многоканальной оптимальной винеровской фильтрации (вектор весовых коэффициентов адаптивного фильтра):

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{R}_N^{-1}(k) \mathbf{r}_N(k). \quad (2)$$

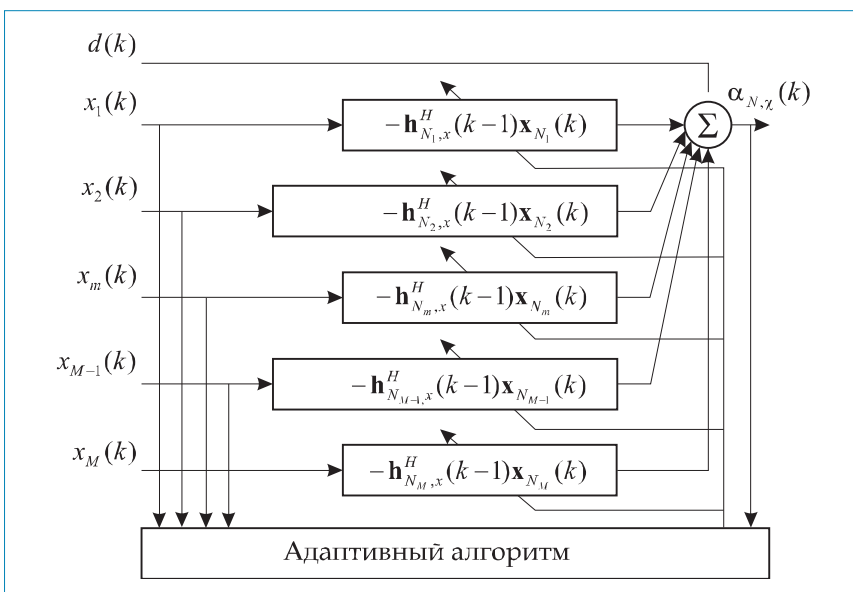


Рис. 1. Многоканальный адаптивный фильтр

В уравнении (2)

$$\mathbf{R}_N(k) = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \boldsymbol{\chi}_N(i) \boldsymbol{\chi}_N^H(i) = \lambda \mathbf{R}_N(k-1) + \boldsymbol{\chi}_N(k) \boldsymbol{\chi}_N^H(k) -$$

корреляционная матрица сигналов многоканального адаптивного фильтра,

$$\mathbf{r}_N(k) = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \boldsymbol{\chi}_N(i) d^*(i) = \lambda \mathbf{r}_N(k-1) + \boldsymbol{\chi}_N(k) d^*(k) -$$

вектор взаимной корреляции  $\boldsymbol{\chi}_N(k)$  и  $d(k)$ . Нижний индекс  $N$  в обозначении матриц означает, что рассматривается квадратная матрица с числом элементов  $N \times N$ .

Корреляционная матрица адаптивного фильтра в ряде случаев, в частности при обработке нестационарных сигналов, может быть плохо обусловленной. В работе [10] для одноканальных адаптивных фильтров с действительными весовыми коэффициентами был предложен метод динамической регуляризации инвертирования этой матрицы. Этот метод может быть использован и в многоканальных филь-

трах. В случае многоканальных адаптивных фильтров с комплексными весовыми коэффициентами регуляризация корреляционной матрицы осуществляется как

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_N(k) &= \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} [\boldsymbol{\chi}_N(i) \boldsymbol{\chi}_N^H(i) + \xi^2 \boldsymbol{\rho}_N(i) \boldsymbol{\rho}_N^T(i)] = \\ &= \lambda \mathbf{R}_N(k-1) + \boldsymbol{\chi}_N(k) \boldsymbol{\chi}_N^H(k) + \xi^2 \boldsymbol{\rho}_N(k) \boldsymbol{\rho}_N^T(k), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\xi$  – небольшое число (параметр динамической регуляризации),

$$\boldsymbol{\rho}_N(k) = [\boldsymbol{\rho}_{N_1}^T(k), \boldsymbol{\rho}_{N_2}^T(k), \dots, \boldsymbol{\rho}_{N_m}^T(k), \dots, \boldsymbol{\rho}_{N_{M-1}}^T(k), \boldsymbol{\rho}_{N_M}^T(k)]^T,$$

$$\boldsymbol{\rho}_{N_m}(k) = [p_m(k), p_m(k-1), \dots, p_m(k-N_m+2), p_m(k-N_m+1)]^T,$$

$$p_m(k) = \begin{cases} 0, & \text{если } 1+n_{\text{mod}N_m} \neq 1 \\ 1, & \text{если } 1+n_{\text{mod}N_m} = 1 \end{cases}.$$

Значение параметра динамической регуляризации корреляционной матрицы  $\xi^2$  и значение параметра начальной регуляризации этой матрицы  $\delta^2$  выбира-

Таблица 1. Параллельный регуляризованный RLS-алгоритм адаптивной фильтрации

Вычисления	Ссылки
<b>Initialization</b> : $\boldsymbol{\chi}_N(0) = \mathbf{0}_N, \boldsymbol{\rho}_N(0) = \mathbf{0}_N, \mathbf{R}_N^{-1}(0) = \delta^{-2} \boldsymbol{\Lambda}_N,$ $\boldsymbol{\Lambda}_N = \text{diag}(1, \lambda, \dots, \lambda^{N_1-1}, \dots, 1, \lambda, \dots, \lambda^{N_m-1}, \dots, 1, \lambda, \dots, \lambda^{N_M-1}),$ $\mathbf{h}_N(0) = \mathbf{0}_N$	(1.0)
<b>For</b> $k = 1, 2, \dots, K$	
$\mathbf{t}_{N,p}(k) = \lambda^{-1} \mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \xi \boldsymbol{\rho}_N(k)$	(1.1)
$\mathbf{t}_{N,x}(k) = \lambda^{-1} \mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \boldsymbol{\chi}_N(k)$	(1.2)
$\delta_{pp}(k) = \mathbf{t}_{N,p}^H(k) \xi \boldsymbol{\rho}_N(k)$	(1.3)
$\delta_{xx}(k) = \mathbf{t}_{N,x}^H(k) \boldsymbol{\chi}_N(k)$	(1.4)
$\delta_{px}(k) = \mathbf{t}_{N,p}^H(k) \boldsymbol{\chi}_N(k)$ ИЛИ $\delta_{px}^*(k) = \mathbf{t}_{N,x}^H(k) \xi \boldsymbol{\rho}_N(k)$	(1.5)
$\varphi_{N,p}^{-1}(k) = 1 + \delta_{pp}(k)$	(1.6)
$\varphi_{N,x}^{-1}(k) = 1 + \delta_{xx}(k)$	(1.7)
$\Delta(k) = \varphi_{N,p}^{-1}(k) \varphi_{N,x}^{-1}(k) - \delta_{px}^*(k) \delta_{px}^*(k)$	(1.8)
$\mathbf{g}_{N,p}(k) = [\varphi_{N,x}^{-1}(k) \mathbf{t}_{N,p}(k) - \delta_{px}^*(k) \mathbf{t}_{N,x}(k)] \Delta^{-1}(k)$	(1.9)
$\mathbf{g}_{N,x}(k) = [\varphi_{N,p}^{-1}(k) \mathbf{t}_{N,x}(k) - \delta_{px}(k) \mathbf{t}_{N,p}(k)] \Delta^{-1}(k)$	(1.10)
$\mathbf{R}_N^{-1}(k) = \lambda^{-1} \mathbf{R}_N^{-1}(k-1) - \mathbf{g}_{N,p}(k) \mathbf{t}_{N,p}^H(k) - \mathbf{g}_{N,x}(k) \mathbf{t}_{N,x}^H(k)$	(1.11)
$\alpha_{N,x}(k) = d(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1) \boldsymbol{\chi}_N(k)$	(1.12)
$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) - \mathbf{g}_{N,p}(k) \xi \boldsymbol{\rho}_N^T(k) \mathbf{h}_N(k-1) + \mathbf{g}_{N,x}(k) \alpha_{N,x}^*(k)$	(1.13)
<b>End for</b> $k$	

ются из условия  $\xi^2, \delta^2 \geq 0.01\sigma_x^2$ , где  $\sigma_x^2$  – дисперсия входных сигналов адаптивного фильтра.

Для получения параллельного регуляризованного RLS-алгоритма многоканальной адаптивной фильтрации, при инвертировании корреляционной матрицы (3), применяется лемма об инверсии матрицы [12]. Такой алгоритм представлен в табл. 1.

Быстрый параллельный регуляризованный многоканальный RLS-алгоритм получается из алгоритма, представленного в табл. 1, в результате использования приемов [10, 12-14]. Такой алгоритм приведен в табл. 2.

В табл. 2 векторы входных сигналов вспомогательного фильтра  $\chi_N^{(m)}$  определяются как  $\chi_N^{(0)}(k) = \chi_N(k), \dots$ ,

**Таблица 2. Быстрый параллельный регуляризованный RLS-алгоритм адаптивной фильтрации**

Вычисления	Ссылки
<b>Initialization</b> : $\mathbf{h}_N^{f(m)}(0) = \mathbf{0}_N, \mathbf{h}_N^{b(m)}(0) = \mathbf{0}_N, E_N^{f(m)}(0) = \delta^2,$ $E_N^{b(m)}(0) = \delta^2 \lambda^{-N_m},$ <b>create</b> $\mathbf{T}_{N+1}^{(m)T}, \mathbf{S}_{N+1}^{(m)}, m = 1 : M, \mathbf{t}_{N,\rho}^{(M)}(1) = \mathbf{0}_N,$ $\mathbf{t}_{N,\chi}^{(M)}(1) = \mathbf{0}_N, \mathbf{g}_{N,\rho}^{(M)}(1) = \mathbf{0}_N, \mathbf{g}_{N,\chi}^{(M)}(1) = \mathbf{0}_N, \rho_N(0) = \mathbf{0}_N,$ $\chi_N(0) = \mathbf{0}_N, \mathbf{h}_N(0) = \mathbf{0}_N, \delta_1^{(M)}(1) = 0, \delta_2^{(M)}(1) = 0, \delta_3^{(M)}(1) = 0$	(2.0)
<b>For</b> $k = 1, 2, \dots, K$	
<b>For</b> $k = M : -1 : 1$	
$\alpha_{N,\rho}^{f(m)}(k) = \xi \left[ \rho_m(k) - \mathbf{h}_N^{f(m)H}(k-1) \rho_N^{(m)}(k) \right]$	(2.1)
$\alpha_{N,\chi}^{f(m)}(k) = x_m(k) - \mathbf{h}_N^{f(m)H}(k-1) \chi_N^{(m)}(k)$	(2.2)
$\mathbf{t}_{N-1,\rho}^{(m)}(k) = \mathbf{T}_{N+1}^{(m)T} \left\{ \lambda^{-1} \frac{\alpha_{N,\rho}^{f(m)}(k)}{E_N^{f(m)}(k-1)} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{h}_N^{f(m)}(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{t}_{N,\rho}^{(m)}(k) \end{bmatrix} \right\}$	(2.3)
$\mathbf{t}_{N-1,\chi}^{(m)}(k) = \mathbf{T}_{N+1}^{(m)T} \left\{ \lambda^{-1} \frac{\alpha_{N,\chi}^{f(m)}(k)}{E_N^{f(m)}(k-1)} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{h}_N^{f(m)}(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{t}_{N,\chi}^{(m)}(k) \end{bmatrix} \right\}$	(2.4)
$\mathbf{S}_{N+1}^{(m)} \mathbf{t}_{N-1,\rho}^{(m)}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{N,\rho}^{(m)}(k) \\ q_{N,\rho}^{(m)}(k) \end{bmatrix}$	(2.5)
$\mathbf{S}_{N+1}^{(m)} \mathbf{t}_{N-1,\chi}^{(m)}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{N,\chi}^{(m)}(k) \\ q_{N,\chi}^{(m)}(k) \end{bmatrix}$	(2.6)
$\mathbf{t}_{N,\rho}^{(m-1)}(k) = \mathbf{q}_{N,\rho}^{(m)}(k) + q_{N,\rho}^{(m)}(k) \mathbf{h}_N^{b(m)}(k-1)$	(2.7)
$\mathbf{t}_{N,\chi}^{(m-1)}(k) = \mathbf{q}_{N,\chi}^{(m)}(k) + q_{N,\chi}^{(m)}(k) \mathbf{h}_N^{b(m)}(k-1)$	(2.8)
$\delta_{\rho\rho}(k) = \mathbf{t}_{N,\rho}^{(m-1)H}(k) \xi \rho_N^{(m-1)}(k)$	(2.9)
$\delta_{\chi\chi}(k) = \mathbf{t}_{N,\chi}^{(m-1)H}(k) \chi_N^{(m-1)}(k)$	(2.10)
$\delta_{\rho\chi}(k) = \mathbf{t}_{N,\rho}^{(m-1)H}(k) \chi_N^{(m-1)}(k)$ ИЛИ $\delta_{\rho\chi}^*(k) = \mathbf{t}_{N,\chi}^{(m-1)H}(k) \xi \rho_N^{(m-1)}(k)$	(2.11)
$\varphi_{N,\rho}^{-1}(k) = 1 + \delta_{\rho\rho}(k)$	(2.12)
$\varphi_{N,\chi}^{-1}(k) = 1 + \delta_{\chi\chi}(k)$	(2.13)
$\Delta(k) = \varphi_{N,\rho}^{-1}(k) \varphi_{N,\chi}^{-1}(k) - \delta_{\rho\chi}(k) \delta_{\rho\chi}^*(k)$	(2.14)
$\mathbf{h}_N^{f(m)}(k) = \mathbf{h}_N^{f(m)}(k-1) + \mathbf{g}_{N,\rho}^{(m)} \alpha_{N,\rho}^{f(m)}(k) + \mathbf{g}_{N,\chi}^{(m)} \alpha_{N,\chi}^{f(m)}(k)$	(2.15)

Вычисления

Ссылки

$$\mathbf{g}_{N,p}^{(m-1)}(k) = [\varphi_{N,x}^{-1}(k)\mathbf{t}_{N,p}^{(m-1)}(k) - \delta_{px}^*(k)\mathbf{t}_{N,x}^{(m-1)}(k)]\Delta^{-1}(k) \quad (2.16)$$

$$\mathbf{g}_{N,x}^{(m-1)}(k) = [\varphi_{N,p}^{-1}(k)\mathbf{t}_{N,x}^{(m-1)}(k) - \delta_{px}(k)\mathbf{t}_{N,p}^{(m-1)}(k)]\Delta^{-1}(k) \quad (2.17)$$

$$\delta^f(k) = \alpha_{N,p}^{f(m)}(k)\alpha_{N,x}^{f(m)*}(k)\delta_3^{(m)}(k) \quad (2.18)$$

$$E_N^{f(m)}(k) = \lambda E_N^{f(m)}(k-1) + \alpha_{N,p}^{f(m)}(k)\alpha_{N,p}^{f(m)*}(k)[1 - \delta_1^{(m)}(k)] + \alpha_{N,x}^{f(m)}(k)\alpha_{N,x}^{f(m)*}(k)[1 - \delta_2^{(m)}(k)] - [\delta^f(k) + \delta^{f*}(k)] \quad (2.19)$$

$$\delta_1^{(m-1)}(k) = [\varphi_{N,x}^{-1}(k)\delta_{pp}^*(k) - \delta_{px}(k)\delta_{px}^*(k)]\Delta^{-1}(k) \quad (2.20)$$

$$\delta_2^{(m-1)}(k) = [\varphi_{N,p}^{-1}(k)\delta_{xx}^*(k) - \delta_{px}(k)\delta_{px}^*(k)]\Delta^{-1}(k) \quad (2.21)$$

$$\delta_3^{(m-1)}(k) = [\varphi_{N,p}^{-1}(k)\delta_{px}(k) - \delta_{px}(k)\delta_{pp}^*(k)]\Delta^{-1}(k) \quad (2.22)$$

$$\alpha_{N,p}^{b(m)}(k) = \lambda E_N^{b(m)}(k-1)q_{N,p}^{(m)}(k) \quad (2.23)$$

$$\alpha_{N,x}^{b(m)}(k) = \lambda E_N^{b(m)}(k-1)q_{N,x}^{(m)}(k) \quad (2.24)$$

$$\mathbf{h}_{N,p}^{b(m)}(k) = \mathbf{h}_{N,p}^{b(m)}(k-1) + \mathbf{g}_{N,p}^{(m-1)}(k)\alpha_{N,p}^{b(m)*}(k) + \mathbf{g}_{N,x}^{(m-1)}(k)\alpha_{N,x}^{b(m)*}(k) \quad (2.25)$$

$$\delta^b(k) = \alpha_{N,p}^{b(m)}(k)\alpha_{N,x}^{b(m)*}(k)\delta_3^{(m-1)}(k) \quad (2.26)$$

$$E_N^{b(m)}(k) = \lambda E_N^{b(m)}(k-1) + \alpha_{N,p}^{b(m)}(k)\alpha_{N,p}^{b(m)*}(k)[1 - \delta_1^{(m-1)}(k)] + \alpha_{N,x}^{b(m)}(k)\alpha_{N,x}^{b(m)*}(k)[1 - \delta_2^{(m-1)}(k)] - [\delta^b(k) + \delta^{b*}(k)] \quad (2.27)$$

**End for m**

$$\alpha_{N,x}(k) = d(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1)\boldsymbol{\chi}_N^{(0)}(k) \quad (2.28)$$

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) - \mathbf{g}_{N,p}^{(0)}(k)\boldsymbol{\xi}_N^{(0)T}(k)\mathbf{h}_N(k-1) + \mathbf{g}_{N,x}^{(0)}(k)\alpha_{N,x}^*(k) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{t}_{N,p}^{(M)}(k+1) = \mathbf{t}_{N,p}^{(0)}(k), \quad \mathbf{t}_{N,x}^{(M)}(k+1) = \mathbf{t}_{N,x}^{(0)}(k) \quad (2.30)$$

$$\mathbf{g}_{N,p}^{(M)}(k+1) = \mathbf{g}_{N,p}^{(0)}(k), \quad \mathbf{g}_{N,x}^{(M)}(k+1) = \mathbf{g}_{N,x}^{(0)}(k)$$

$$\delta_1^{(M)}(k+1) = \delta_1^{(0)}(k), \quad \delta_2^{(M)}(k+1) = \delta_2^{(0)}(k), \quad \delta_3^{(M)}(k+1) = \delta_3^{(0)}(k)$$

**End for k**

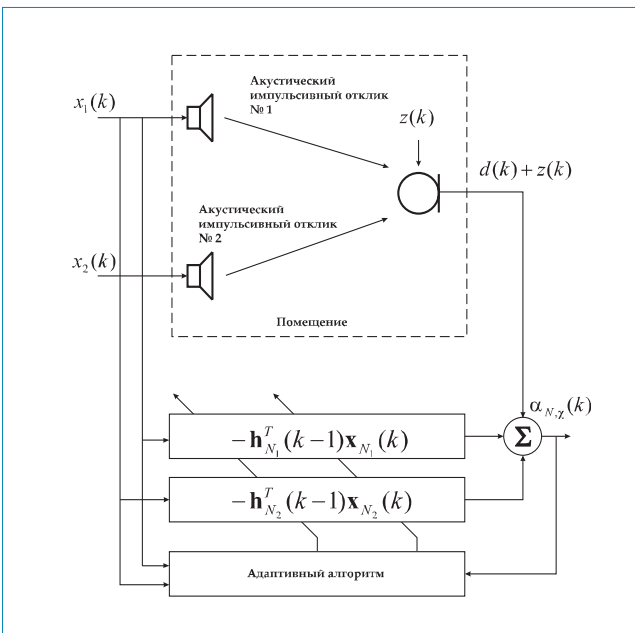
$\boldsymbol{\chi}_N^{(j)}(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^T(k-1), \mathbf{x}_{N_2}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_M}^T(k)]^T, \dots$   
 $\boldsymbol{\chi}_N^{(m)}(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^T(k-1), \mathbf{x}_{N_2}^T(k-1), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^T(k-1), \mathbf{x}_{N_{m+1}}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_M}^T(k)]^T,$   
 $\dots, \boldsymbol{\chi}_N^{(M)}(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^T(k-1), \mathbf{x}_{N_2}^T(k-1), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^T(k-1), \dots, \mathbf{x}_{N_M}^T(k-1)]^T.$   
 Векторы  $\boldsymbol{\rho}_N^{(m)}(k)$  формируются аналогичным образом. Матрицы  $\mathbf{T}_{N+1}^{(m)T}$  и  $\mathbf{S}_{N+1}^{(m)}$  в уравнениях (2.3)–(2.6) являются перестановочными [14]. Умножение на эти матрицы не влечет за собой выполнения арифметических операций. Используя конкретные значения  $N_m$ , можно заранее вычислить произведения матриц  $\mathbf{S}_{N+1}^{(m)}\mathbf{T}_{N+1}^{(m)T}$  и определить правила перестановки элементов интересующих векторов с помощью набора из  $M$ -адресных векторов. При использовании этого приема векторы коэффициентов Калмана  $\mathbf{g}_{N,p}^{(0)}(k)$  и  $\mathbf{g}_{N,x}^{(0)}(k)$  многоканального адаптивного фильтра с числом каналов, равным  $M$ , и суммарным числом весовых коэффициентов во всех каналах, равным  $N$ , определяются с помощью последовательности вычислений для вспомо-

гательного  $M$ -канального фильтра с одинаковым числом весовых коэффициентов в каналах, равным  $N$ . С помощью векторов Калмана осуществляется вычисление весовых коэффициентов адаптивного фильтра, см. уравнения (1.13) и (2.29).

Оценка вычислительной сложности алгоритма табл. 1 равна  $4N^2 + 8N + M^2 + 3M$  операций умножения,  $3N^2 + 6N + M^2 + 3M$  операций сложения и одной операции деления, выполняемых за одну итерацию. При определении вычислительной сложности учитывались только операции сложения и умножения, число которых зависит от  $N$  и  $M$ . Вычислительная сложность алгоритма табл. 2 равна  $M(14N + 3M + 1) + 3N$  операциям умножения,  $M(12N + 3M + 1) + 3N$  операциям сложения и двум операциям деления, выполняемым за одну итерацию. Эти операции являются комплексными в фильтрах с комплексными весовыми коэффициентами и действитель-

ными в фильтрах с действительными весовыми коэффициентами. Из табл. 1 и 2 следует, что вычисления, обусловленные сигналами  $\mathbf{x}_N(k)$  и  $\mathbf{p}_N(k)$ , не зависят друг от друга (в отличие от аналогичных вычислений алгоритма [11]). Это значит, что такие вычисления можно выполнять параллельно.

Эффективность разработанного алгоритма иллюстрирует приводимый ниже пример (см. рис. 2). В этом примере рассматривается подавление двух сигналов акустического эха ( $M=2$ ) с помощью разработанного быстрого многоканального RLS-алгоритма и с помощью простейшего многоканального нормализованного LMS (NLMS) алгоритма (с вычислительной сложностью  $2N$  арифметических операций)



**Рис. 2. Двухканальный адаптивный фильтр в режиме подавления эхосигналов**

$$\mathbf{h}_{N,\mathbf{x}}(k) = \mathbf{h}_{N,\mathbf{x}}(k-1) + \frac{\mu}{\mathbf{x}_N(k)^H \mathbf{x}_N(k) + \delta^2} \times \mathbf{x}_N(k) [d^*(k) - \mathbf{x}_N^H(k) \mathbf{h}_{N,\mathbf{x}}(k-1)], \quad (4)$$

где  $0 < \mu \leq 2$  – шаг сходимости. Эхосигналы моделировались как свертка речевых сигналов с акустическими импульсными откликами длины  $N_m^a = 2048$ ,  $m = 1, 2$ . Число весовых коэффициентов в многоканальных фильтрах было одинаковым для обоих алгоритмов и равнялось  $N_m = 1024$ ,  $m = 1, 2$ . Ситуация, когда  $N_m < N_m^a$ , всегда имеет место на практике, поскольку акустические импульсные отклики помещений являются бесконечными, а компенсация эхосигналов осуществляется с помощью адаптивных фильтров с конечным числом весовых коэффициентов из-за ограничений, обусловленных сложностью реализации. Число коэффициентов адаптивного фильтра выбирается исходя из требуемого значения

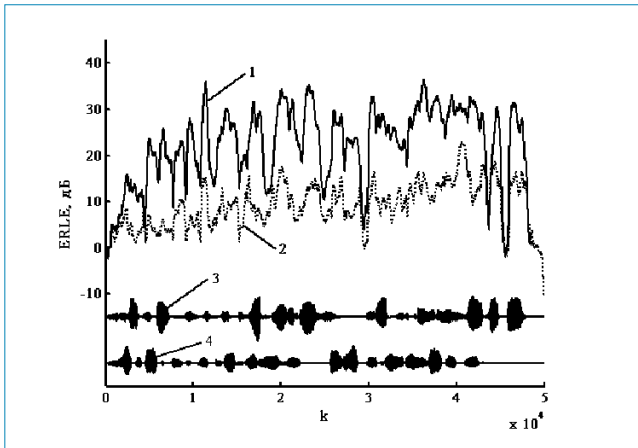
достижимого подавления эха. В рассматриваемых примерах акустические импульсные отклики моделировались с помощью метода зеркальных отображений [15]. К сигналу  $d(k)$  добавлялся микрофонный (белый) шум  $z(k)$  с уровнем примерно  $-30$  дБ по отношению к среднему уровню эхосигнала.

Одним из показателей качества функционирования алгоритмов адаптивной фильтрации в задачах подавления эха является отношение энергии эхосигналов к энергии сигналов подавленного эха, измеряемых на каждой итерации алгоритма в пределах некоторого скользящего окна. В случае речевых сигналов длина этого окна обычно выбирается примерно равной  $30$  мс, что соответствует интервалу времени, на котором речь принято считать стационарной. Данный показатель качества носит название *ERLE* (echo return loss enhancement). На рис. 3 показано изменение  $ERLE(k)$  в процессе работы рассмотренного быстрого многоканального RLS-алгоритма при  $\xi^2 = \delta^2 = 0.01$  и многоканального NLMS-алгоритма (4) при  $\mu = 0.1$  и  $\delta^2 = 0.01$ , а на рис. 4 – при  $\mu = 1$ . В нижней части этих рисунков также условно показаны входные сигналы адаптивного фильтра  $x_1(k)$  и  $x_2(k)$ . Как и в случае одноканальных алгоритмов, качество функционирования (скорость сходимости, *ERLE*) многоканального NLMS-алгоритма зависит от шага сходимости.

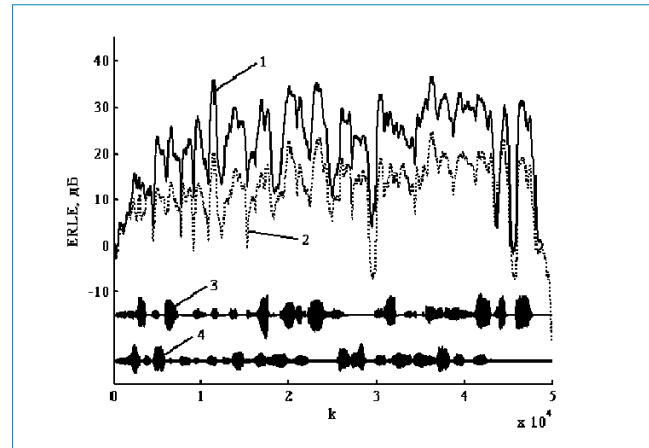
Однако эти показатели для данного алгоритма при любом значении  $\mu$  всегда ниже, чем те, которые могут быть достигнуты с помощью многоканального RLS-алгоритма в одинаковых условиях функционирования. Аналогичное соотношение между показателями качества многоканальных NLMS- и RLS-алгоритмов наблюдается и в других приложениях адаптивных фильтров: подавление шума, выравнивание каналов связи и др.

Эффективность использования динамической регуляризации корреляционной матрицы адаптивного фильтра с линейными ограничениями была также продемонстрирована в [13, 16] для RLS-алгоритмов со скользящим окном при фильтрации нестационарных сигналов.

Таким образом, в настоящей работе представлены регуляризованные RLS- и быстрый RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации, полученные на основе использования приемов [12], обеспечивающих возможность реализации алгоритмов с помощью параллельных вычислений. Данные алгоритмы являются составной частью прикладной библиотеки [17, 18]. Они могут найти широкое применение при решении различных задач многоканальной адаптивной фильтрации. Соответствующие одноканальные алгоритмы, алгоритмы без регуляризации или алгоритмы с действительными весовыми коэффициентами являются частными случаями алгоритмов, представленных в табл. 1 и табл. 2.



**Рис. 3.**  
**ERLE:** 1 – быстрый многоканальный RLS-алгоритм;  
 2 – многоканальный NLMS-алгоритм ( $\mu = 0.1$ );  
 3 и 4 – сигналы, излучаемые громкоговорителями



**Рис. 4.**  
**ERLE:** 1 – быстрый многоканальный RLS-алгоритм;  
 2 – многоканальный NLMS-алгоритм ( $\mu = 1$ );  
 3 и 4 – сигналы, излучаемые громкоговорителями

## Литература

1. Verhoeckx N., van den Elzen H., Snijders F., van Gerwen P. Digital echo cancellation for baseband data transmission. // IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing. 1979. Vol. 27. №6. P. 768–781.

2. Makino S. Acoustic cancellation. // IEEE Signal Processing Magazine. 1997. Vol. 14. №5. P. 39–41.

3. Sondhi, M.M., Morgan D.R., Hall J.L. Stereophonic acoustic echo cancellation – an overview of the fundamental problem. // IEEE Signal Processing Letters. 1995. Vol. 2. №8. P. 148–151.

4. George D., Bowen R., Storey J. An adaptive decision feedback equalizer. // IEEE Trans. Communications. 1971. Vol. 19. №3. P. 281–293.

5. Mathews V.J. Adaptive polynomial filters. // IEEE Signal Processing Magazine. 1991. Vol. 8. №3. P. 10–26.

6. Regalia P.A. Adaptive IIR filtering in signal processing and control. New York: Marcel Dekker, Inc., 1995. 678 p.

7. Hudson J.E. Adaptive array principles. England, Loughborough: Peter Peregrinus Ltd., 1981. 253 p.

8. Sayed A. H. Fundamentals of adaptive filtering. John Wiley and Sons, Inc., 2003. 1125 p.

9. Солохина Т., Петричкович Я., Глушков А. и др. Время кентавров: Микросхемы отечественной серии Мультикор-11хх (МС-11хх) для встраиваемых и мобильных применений. // Chip News: Инженерная микроэлектроника. 2002. №8. С.10-16.

10. Gay S.L. Dynamically regularized fast RLS with application to echo cancellation. // Proc. ICASSP'96. May 1996. P.957–960.

11. Джиган В.И. Быстрый многоканальный RLS-алгоритм с регуляризацией и стабилизацией. // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2004. №1. С. 83–90.

12. Papaodysseus C. A robust, parallelizable,  $O(m)$ , a posteriori recursive least squares algorithm for efficient adaptive filtering // IEEE Trans. Signal Processing. 1999. Vol. 47. №9. P. 2552-2558.

13. Джиган В.И. Параллельный регуляризованный быстрый RLS алгоритм многоканальной адаптивной фильтрации со скользящим окном и линейными ограничениями // Труды X-й Международной конференции «Радиолокация, навигация, связь (RLNC-2004)» (Воронеж, 13 - 15 апреля 2004 г.). Воронеж, 2004. Т. 1. С. 132-142.

14. Glentis G.A., Kalouptsidis N. Fast adaptive algorithms for multichannel filtering and system identification // IEEE Trans. Signal Processing. 1992. Vol. 40. №10. P. 2433 –2458.

15. Allen J. B., Berkley D.A. Image method for efficiently simulating small-room acoustics // The Journal Acoustic Society of America. 1979. Vol. 65. №4. P. 943-950.

16. Джиган В.И. Семейство RLS и быстрых RLS алгоритмов со скользящим окном для многоканальной адаптивной фильтрации с линейными ограничениями // Доклады 6-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2004)» (Москва, 31 марта - 2 апреля 2004 г.). - Москва, 2004. - Т. 1. - С. 83-88.

17. Джиган В.И. Библиотека алгоритмов адаптивной фильтрации // Доклады 6-й Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2004)" (Москва, 31 марта - 2 апреля 2004 г.). - Москва, 2004. - Т. 1. - С. 89-94.

18. Джиган В.И. Разработка алгоритмов адаптивной фильтрации с применением среды "MATLAB" // Труды II-й Всероссийской научной конференции "Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB" (Москва, 25 - 26 мая 2004 г.). - Москва, 2004. - С. 1689-1696.